

Т.А. Олійник, д.т.н., проф.
Л.В. Скляр, к.т.н., доц.
Д.О. Румницький, аспірант
Криворізький національний університет
В.О. Шлапак, к.т.н., доц.
Державний університет «Житомирська політехніка»

Моделювання сегрегації частинок у спіральних сепараторах при збагаченні магнетитових руд

У роботі проведено чисельне моделювання процесу спіральної сепарації магнетитових руд із використанням рівнянь Нав'є – Стокса для турбулентних багатофазних потоків у поєднанні з ейлеровою мультифлюїдною моделлю VOF та модифікованою моделлю підйомної сили Багнольда. Порівняльний аналіз показав переваги підходу VOF над класичною моделлю Ейлера – Ейлера, зокрема у зменшенні міжфазної дифузії та точнішому відтворенні меж розділу фаз. Використання моделі підйомної сили Багнольда дозволило більш коректно прогнозувати вертикальне та радіальне розширення мінеральних частинок, що сприяло підвищенню якості магнетитового концентрату. Чисельна модель спіральної сепарації заснована на системі диференціальних рівнянь нерозривності і збереження імпульсу, модифікованих для обліку багатофазності роздільного середовища, генерації та дисипації турбулентної кінетичної енергії та рівнянь балансу сил, що діють на мінеральні частинки. Запропоновано формулу для оцінки ефективності сегрегації частинок за густиною у тонкошарових потоках, що показала зростання ефективності з підвищенням масової частки твердого у живленні. Встановлено, що модифікація профілю поперечного перерізу спірального жолоба з параболічною геометрією поперечного перерізу до слабо похилого сприяє ефективності сегрегації дрібних фракцій на 5,48–7,45 %. У результаті впровадження запропонованої методики чисельного моделювання процесу спіральної сепарації магнетитових руд ефективність сегрегації магнетитових частинок зросла з 0,69 до 0,87 для сепаратора зі звичайним профілем і з 0,73 до 0,94 – для сепаратора зі слабо похилим профілем. Отримані результати підтверджують перспективність застосування чисельної гідродинаміки для оптимізації конструкцій спіральних сепараторів та підвищення ефективності гравітаційного збагачення магнетитових руд.

Ключові слова: спіральний сепаратор; гравітаційне збагачення; магнетитові руди; чисельне моделювання; ефективність сегрегації; гідродинаміка.

Актуальність теми. Сьогодні спіральні сепаратори є одним з найбільш поширених і економічно ефективних апаратів для гравітаційного збагачення корисних копалин, зокрема магнетитових руд. Їх переваги – простота конструкції, низькі експлуатаційні витрати та можливість роботи без використання хімічних реагентів [1]. Однак ефективність роботи спіральних сепараторів суттєво залежить від геометричних параметрів апарата, гідродинаміки потоку, розподілу швидкостей і траєкторій частинок різних фракцій [2–4]. При цьому явище сегрегації істотно впливає на процес розділення мінеральної сировини в спіральних сепараторах. Проте це питання й досі залишається слабо вивченим, оскільки значна частина досліджень цього процесу має якісний характер. Цей факт пов'язаний зі складністю оцінки розподілу частинок різної щільності, крупності і форми в потоці, що рухаються у жолобі спіралі. Через малу товщину потоку використання стандартних методів дослідження є ускладненим. Чисельне моделювання з використанням методів обчислювальної гідродинаміки (CFD) відкриває можливість дослідити вплив цих факторів без значних витрат часу та ресурсів, а також оптимізувати параметри процесу для підвищення вилучення магнетиту. Такий підхід особливо актуальний у зв'язку з необхідністю підвищення ефективності збагачення магнетитових руд та зменшення втрат цінного мінералу у відходах.

Аналіз останніх досліджень та публікацій, на які спираються автори. При спіральної сепарації явище сегрегації полягає в розподілі мінеральних зерен за крупністю, щільністю і формі в умовах їхнього дотику в потоці, що рухається, на спіральній поверхні жолоба. Сегрегація відбувається за висотою водяного потоку, тобто можна виділити придонний шар, де накопичуються важкі зерна, і поверхневий шар, де концентруються легкі частинки [3]. Під спільною дією відцентрових і гравітаційних сил плівка потоку в спіральному сепараторі створює різні типи (первинний і вторинний потоки) і режими (ламінальний, перехідний і турбулентний потоки) потоків, що призводить до різного радіального розподілу легких і важких частинок [5]. Завдяки своїй практичності та складності спіральні сепаратори привернули значну увагу дослідників; однак механізм поведінки потоку частинок усередині спірального сепаратора залишається принципово невідомим. Застосовність сучасних теоретичних моделей спіральних сепараторів

обмежена стаціонарними умовами. Фізичні вимірювання вважаються надійним методом отримання практичної інформації щодо потоку частинок. Незважаючи на те, що спіральний сепаратор є відкритою системою, низька здатність тонких плівок протидіяти перешкодам унеможливує застосування методів вимірювання інтрузивного поля потоку. Сьогодні існує методика позитронного випромінювання частинок (PERT), яка дозволяє кількісно оцінювати явища потоку в трьох вимірах у непрозорих середовищах. Вона науковцями була успішно застосована для дослідження руху частинок у спіральному сепараторі [6]. Однак цей метод є відносно дорогим, що обмежує його використання як рутинного методу вимірювання. Для порівняння, перевага чисельного моделювання полягає у високій ефективності та низькій вартості [7–9]. В останні роки дослідники застосували різні чисельні методи для дослідження потоку частинок у спіральному сепараторі, такі як обчислювальна гідродинаміка (CFD), метод дискретних елементів (DEM) і згладжена гідродинаміка частинок (SPH). Застосування цих моделей підсумовано в таблиці 1.

Таблиця 1

Резюме попередніх моделей потоку частинок у спіральному сепараторі

Автори	Методи	Мета дослідження
Matthews та ін. [10]	CFD (Ейлера – Лагранжа)	Якісно вивчити радіальний розподіл деяких частинок вугілля та кварцу
Matthews та ін. [10]	CFD (Ейлера – Ейлера)	Дослідити поведінку частинок у спіральному сепараторі та обчислювальний потенціал використання щільних середовищ для обробки вугілля
Mishra and Tripathy [11]	DEM	Для вивчення впливу положення розсіювача на спіральний жолоб для досягнення максимальної ефективності сепарації
Doheim та ін. [12]	CFD (Ейлера – Ейлера)	Для порівняння 4 моделей турбулентності для прогнозування потоку твердих часток при концентрації розбавленого корму (0,3 і 3 % за масовою часткою) у спіральному сепараторі LD9
Mahran та ін. [13]	CFD (Ейлера – Ейлера)	Для дослідження швидкості, радіального розподілу та концентрації частинок на спіральному сепараторі LD9 при відносно реалістичній концентрації сировини (15 % масової частки)
Kwon та ін. [14]	SPH	Дослідити вплив параметрів форми поперечного перерізу на сегрегацію частинок у спіральному сепараторі Humphrey

Довідка: розробка автора

Згідно з аналізом матеріалу (табл. 1) дослідники більш схильні використовувати модель Ейлера – Ейлера, засновану на методах обчислювальної гідродинаміки (CFD) при моделюванні потоку частинок у спіральних сепараторах.

Для моделі Ейлера – Ейлера безперервна та дискретна фази розглядаються як взаємопроникні континууми. Частинки з різною щільністю або розміром розглядаються як окремі фази. Усереднені по фазі рівняння безперервності та рівняння імпульсу кожної фази задаються як:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_q \rho_q) + \nabla(\alpha_q \rho_q \vec{v}_q) = 0 \quad (1)$$

та

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_q \rho_q \vec{v}_q) + \nabla(\alpha_q \rho_q \vec{v}_q \vec{v}_q) = -\alpha_q \nabla p + \nabla p_q + \nabla \bar{\tau}_q + \nabla \rho_q \vec{g}_q + \vec{F}_d + \vec{F}_B, \quad (2)$$

де q представляє різні фази: $q=1$ для води; $q=2$ для повітря та $q=3-n$ для різних типів частинок;

α_q – об'ємна частка фази q ;

$\vec{v}_q$ – вектор швидкості фази q ;

ρ_q – густина матеріалу фази q ;

$\vec{g}_q$ – прискорення сили тяжіння;

p_q ($q \geq 3$) – тиск системи;

p – тиск, що розподіляється між усіма фазами;

$\vec{F}_d$ – сила опору;

$\vec{F}_B$ – підйомна сила Багнольда;

$\bar{\tau}_q$ – фазовий тензор напружень-деформацій, що виражається як:

$$\vec{\tau}_q = \alpha_q \mu_q (\nabla \vec{v}_q + \nabla \vec{v}_q^T) + \alpha_q \left(\lambda_q - \frac{2}{3} \mu_q \right) \nabla \vec{v}_q \vec{I}, \quad (3)$$

де μ_q – зсувна в'язкість фази q , яка визначається кореляцією Gidaspow et al. [15];

T – транспонування матриці;

$\vec{I}$ – матриця ідентичності;

λ_q – об'ємна в'язкість фази, що описується кореляціями Lun et al. [16].

Сила віртуальної маси та сила турбулентної дисперсії не враховуються під час процесу моделювання.

Зсувна в'язкість фази q , яка визначається кореляцією Gidaspow et al. [15] використана для опису сили опору між частинками та водою, яка виражається наступним чином:

Коли $\alpha_1 > 0,8$:

$$\vec{F}_d = \frac{3}{4} C_D \frac{\alpha_q \alpha_1 \rho_1 |\vec{v}_q - \vec{v}_1|}{d_q} \alpha_1^{-2,65} (\vec{v}_1 - \vec{v}_q). \quad (4)$$

Коли $\alpha_1 \leq 0,8$:

$$\vec{F}_d = \left(150 \frac{\alpha_q (1 - \alpha_1) \mu_1}{\alpha_1 d_q^2} + 1,75 \frac{\alpha_q \alpha_1 \rho_1 |\vec{v}_q - \vec{v}_1|}{d_q} \right) (\vec{v}_1 - \vec{v}_q), \quad (5)$$

де C_D – коефіцієнт опору, виражений таким чином:

$$C_D = \frac{24}{\alpha_1 Re} [1 + 0,15 (\alpha_1 Re)^{0,687}], \quad (6)$$

де Re є відносним числом Рейнольдса.

Для опису сили опору між повітрям і водою було використано симетричну модель опору, яку можна виразити таким чином:

$$\vec{F}_d = C_D \frac{3 \alpha_1 \alpha_2 \rho_{12} |\vec{v}_q - \vec{v}_1|}{4 d_{12}} (\vec{v}_1 - \vec{v}_q), \quad (7)$$

$$\text{де } C_D = \max \left(\frac{24 (1 + 0,15 (\alpha_1 Re)^{0,687})}{Re} \right). \quad (8)$$

Густина та в'язкість розраховуються на основі усереднених за об'ємом властивостей, які наведені як

$$\rho_{12} = \alpha_1 \rho_1 + \alpha_2 \rho_2; \quad (9)$$

$$\mu_{12} = \alpha_1 \mu_1 + \alpha_2 \mu_2. \quad (10)$$

Діаметр, згідно з рівнянням (7), визначається як

$$d_{12} = 0,5 (d_1 + d_2). \quad (11)$$

Отже, модель Ейлера – Ейлера розглядає зернисті потоки як безперервні потоки рідини та загалом використовує модель кінетичної теорії зернистого потоку (KTGF) для опису зернистих взаємодій, яка є основним методом для прогнозування поведінки великомасштабного потоку частинок. Однак чіткість двофазної межі розділу, отриманої за допомогою моделі Ейлера – Ейлера, поступається чіткості моделі об'єму рідини (VOF). Це тому, що основна властивість моделі Ейлера – Ейлера є наслідком часового та просторового усереднення, і кожна рідина як континуум займає всю область. Таким чином, модель Ейлера – Ейлера демонструє низьку точність у прогнозуванні вільної поверхні плівки потоку в спіральних сепараторах. Щоб подолати цей недолік, дослідники модифікували обчислювальну область спірального сепаратора для потоку частинок. Зокрема, перед створенням обчислювальної області для потоку частинок, необхідно отримати положення вільної поверхні плівки потоку шляхом імітації потоку рідини. Потім профіль вільної поверхні використовується як верхня межа обчислювальної області потоку частинок і залишається фіксованим під час процесу моделювання потоку частинок. Незважаючи на те, що це дозволяє уникнути чисельної дифузії на межі повітря – вода шляхом видалення обчислювальної області повітря, це можна застосувати лише для моделювання розрідженого потоку частинок. Як тільки концентрація частинок збільшується, форма плівки потоку відповідно змінюється, що робить цей метод неможливим. Таким чином, успішне прогнозування зміни вільної поверхні плівки потоку, викликані високою концентрацією твердих речовин, є необхідним кроком для моделювання потоку частинок у спіральному сепараторі.

Щоб усунути обмеження моделі Ейлера – Ейлера, Gregor Šerne та ін. [17] вперше запропонував таку модель, що враховує і модель VOF, і модель Ейлера – Ейлера. Цю модель було розроблено як нову модель багатофазного потоку, ейлерову мультифлюїдну модель VOF у програмному забезпеченні ANSYS Fluent. Ця модель призначена для моделювання обчислювальної області, що містить область, де рідини розділені, яка оцінюється за допомогою моделі VOF, і область, де рідини змішуються, яка оцінюється за допомогою моделі Ейлера – Ейлера.

Отже, ейлерова мультифлюїдна модель VOF забезпечує структуру для поєднання моделей VOF і Ейлера – Ейлера, що дозволяє використовувати схеми дискретизації та параметри, що підходять як для різких, так і для розсіяних режимів розділу. Основа зв'язку моделі полягає в тому, що функція кольору для відстеження інтерфейсу в моделі VOF і змінна об'ємної частки в моделі Ейлера – Ейлера мають однакові значення. Крім того, модель VOF і модель Ейлера – Ейлера можна перетворити шляхом обчислення значення градієнта частки пустот у сусідніх клітинках. Водночас ейлерова мультифлюїдна модель VOF долає обмеження моделі VOF, які виникають через спільну формулу швидкості та температури. З іншого

боку, ейлерова мультифлюїдна модель VOF запобігає дифузії межі розділу моделі Ейлера – Ейлера через емпіричні замикання, необхідні в усереднених рівняннях. Детальний пов'язаний процес можна знайти в Cerre та ін. [17]. Одним словом, ейлерова мультифлюїдна модель VOF підходить як для моделювання вільної поверхні, так і для дисперсного потоку та може фіксувати положення межі розділу. Зокрема, коли використовується ейлерова мультифлюїдна модель VOF, взаємодія між повітрям і водою моделюватиметься за допомогою алгоритму відстеження інтерфейсу VOF, оскільки повітря та вода в спіральному сепараторі чітко стратифіковані. Тим часом взаємодія між водою та частинками моделюватиметься моделлю Ейлера – Ейлера, оскільки частинки дисперговані у воді, що чітко видно з рисунка 1.

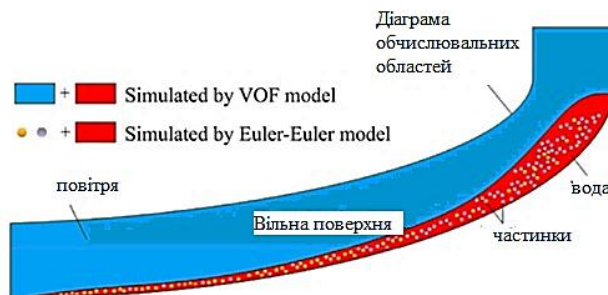


Рис. 1. Принципова діаграма обчислювальних областей для моделей VOF і Ейлера – Ейлера

Зокрема, ейлерова мультифлюїдна модель VOF демонструє переваги моделі VOF і моделі Ейлера – Ейлера. Модель VOF з більш високою точністю відстеження межі розділу використовується для режимів потоку з очевидним поділом фаз, щоб уникнути чисельної дифузії межі розділу. Крім того, включення моделі Ейлера – Ейлера запобігає нефізичному явищу диспергованого потоку, спричиненому моделлю VOF. Таким чином, можна теоретично вважати, що ця пов'язана модель є дуже можливою для одночасного дослідження поведінки руху частинок і зміни форми плівки потоку. Однак застосування цієї пов'язаної моделі здебільшого зосереджено на газорідному потоці в змішаному або перехідному стані, наприклад, на збійному потоці, струминному потоці та переривчастому потоці.

Крім того, більш висока концентрація частинок не тільки змінює форму плівки потоку, але також призводить до посилення ефекту Багнольда. Ефект Багнольда вперше був запропонований Багнольдом ще у 1954 році [18]. Фізичний зміст ефекту Багнольда полягає в зазначеному далі: коли частинки в суспензії піддаються безперервному зсуву, перпендикулярно до напрямку зсуву буде створюватися дисперсійний тиск, що змушує частинки мати тенденцію розширюватися вздовж обох сторін. Дисперсійний тиск зростає з градієнтом швидкості. Частинки залишатимуться в зваженому стані, коли градієнт швидкості потоку буде достатньо великим, щоб врівноважити їхню силу тяжіння та дисперсійний тиск. Ефект Багнольда суттєво сприяє вертикальному розшаруванню частинок у спіральному сепараторі [18]. Насправді концентрація частинок у спіральному сепараторі поступово зростає радіально всередину. Хоча концентрація живильної пульпи нижча, ніж у звичайних робочих умовах, концентрація твердої речовини у внутрішній зоні жолоба залишається високою [18]. Тому ефект Багнольда буде існувати в більшості робочих умов спірального сепаратора, і його не можна ігнорувати. Das та ін. запропонували вдосконалену математичну модель, яка включала ефект Багнольда для прогнозування поведінки частинок і потоку в спіральному сепараторі для промивання вугілля [18].

Розглянемо більш докладно модель сил Багнольда. Багнольд вважав, що коли тверді частинки в суспензії постійно піддаються зсуву, дисперсійний тиск створюється перпендикулярно напрямку зсуву. Якщо частинка зважена в умовах ламінарного потоку, дисперсійний тиск дорівнює ефективній силі тяжіння частинки на одиницю площі. Щоб розрізнити типи дисперсійних тисків, Багнольд запропонував безрозмірний коефіцієнт, число Багнольда (N), яке визначається як відношення інерційної напруги до в'язкої напруги, і його можна виразити як

$$N = \frac{\lambda^2 \rho_p a_p^2}{\eta} \frac{dv}{dy}, \text{ для } \lambda < 12, \quad (12)$$

де λ – лінійна концентрація, виражена як:

$$\lambda = \frac{1}{\left(\frac{c_0}{c}\right)^{\frac{1}{3}} - 1}, \text{ для } \lambda < 12, \quad (13)$$

де C_0 – максимально можлива об'ємна концентрація твердих речовин, яка при моделюванні встановлена 0,63;

C – об'ємна концентрація твердих речовин;

ρ_p – густина частинок;

d_p – діаметр частинок;

$\frac{dv}{dy}$ – швидкість зсуву;

η – в'язкість рідини.

Багнольд визначив два обмежувальні режими потоку на основі значення N : домінуючу область в'язкості ($N \leq 40$) та домінуючу область інерції частинок ($N \geq 450$), розділену перехідною областю ($40 < N < 450$).

Дисперсійний тиск у домінуючій області інерції частинок, P_1 , на частинку можна виразити як [18]:

$$P_1 = 0,042(\lambda d_p)^2 \rho_p \left(\frac{dv}{dy}\right)^2, \text{ для } N \geq 450. \quad (14)$$

Дисперсійний тиск, P_2 , на частинку в домінуючій області в'язкості задається як

$$P_2 = 2,93\lambda^2\eta \frac{dv}{dy}, \text{ для } N \leq 40. \quad (15)$$

Оскільки дисперсійний тиск розвивається вздовж площини зсуву під прямим кутом до поверхні зсуву, відповідну силу Багнольда можна розглядати як добуток дисперсійного тиску на площу вертикальної проєкції частинки. Сила Багнольда в домінуючій області інерції частинок, $F_{B, \text{інерція}}$, подається як

$$F_{B, \text{інерція}} = P_1 \frac{\pi d_p^2}{4} = 0,033\lambda^2 d_p^4 \rho_p \left(\frac{dv}{dy}\right)^2 \text{ для } N \geq 450. \quad (16)$$

Сила Багнольда в домінуючій області в'язкості $F_{B, \text{в'язкість}}$, може бути виражена таким чином:

$$F_{B, \text{в'язкість}} = P_2 \frac{\pi d_p^2}{4} = 2,3\lambda^2 d_p^2 \eta \frac{dv}{dy} \text{ для } N \leq 40. \quad (17)$$

Проте Багнольд явно не вказав дисперсійний тиск у перехідній області, де дисперсійний тиск як у домінуючій області в'язкості, так і в інерційній домінуючій області частинок сприяє суспензії частинок. Для того, щоб завершити рівняння сили Багнольда, ми припускаємо різновид сили Багнольда в перехідній області, яка задана як

$$F_{B, \text{перех}} = \left(\frac{N-N_1}{N_2-N_1}\right) F_{B, \text{інерція}} + \left(1 - \frac{N-N_1}{N_2-N_1}\right) F_{B, \text{в'язкість}}, \text{ для } 40 < N < 450, \quad (18)$$

де $N_1 = 40$ і $N_2 = 450$.

Рівняння використовує метод інтерполяції та поєднує традиційне рівняння сили Багнольда в домінуючій області інерції частинок і домінуючій області в'язкості. Перевага цього припущення полягає в тому, що воно може якісно передбачити тенденцію зміни двох сил Багнольда ($F_{B, \text{інерція}}$ та $F_{B, \text{в'язкість}}$) зі збільшенням N у перехідній області.

Зокрема, ми помножили кожен силу Багнольда на коефіцієнт масштабування, щоб оцінити силу Багнольда в перехідній області. Коли N дуже близько до 40, в перехідній області буде домінувати сила Багнольда $F_{B, \text{в'язкість}}$. А зі збільшенням N частка $F_{B, \text{в'язкість}}$ поступово зменшується, тоді як частка $F_{B, \text{інерція}}$ відповідно збільшується. Коли N майже зростає до 450, сила Багнольда в перехідній області майже перетворюється на $F_{B, \text{інерція}}$.

При чисельному моделюванні повна сила Багнольда, виражена рівняннями (16–18), відтворена з використанням коду функції, визначеного користувачем, у вигляді коефіцієнта підйому. Для зручності опису запропонована модель підйомної сили далі називається моделлю підйомної сили Багнольда.

Отже, в результаті виконаних робіт стосовно моделювання потоків у спіральних сепараторах, на наш погляд, існує низка проблем, що ускладнюють їх оптимальне проєктування та налаштування. А саме:

- *складність течії*: у спіральних каналах формується тривимірний турбулентний потік зі складною структурою, що включає відцентрові сили, вторинні течії та стратифікацію за густиною та розміром частинок;
- *вплив фізико-механічних властивостей*: в'язкість та густина пульпи змінюються залежно від концентрації та температури, що впливає на осадження та розподіл частинок;
- *недостатність експериментальних даних*: вимірювання внутрішніх параметрів потоку в реальних умовах складні та дорогі, що обмежує можливості точного калібрування моделей;
- *моделювання багатофазних систем*: точне описання взаємодії твердих і рідких фаз, включно з магнетитовими частинками різної крупності, вимагає використання вдосконалених моделей турбулентності та осадження.

Як наслідок, існує потреба у створенні та верифікації адекватних чисельних моделей, які дозволять досліджувати гідродинамічні особливості та процес розділення частинок у спіральних сепараторах, що застосовуються для збагачення магнетитових руд, та на цій основі оптимізувати їх конструкцію і режими роботи.

Метою статті є встановлення потенційних можливостей підвищення ефективності сегрегації частинок у спіральних сепараторах при збагаченні магнетитових руд за рахунок створення адекватної чисельної моделі поля розділення частинок у цих апаратах.

Викладення основного матеріалу. Розробка чисельної моделі процесу або апарату з урахуванням методів обчислювальної гідродинаміки складається з послідовних етапів:

1. Постановка задачі моделювання;
2. Створення геометрії об'єкта, що досліджується;
3. Генерація розрахункової сітки;
4. Завдання необхідних фізичних, початкових та граничних умов моделювання;
5. Розрахунок моделі;
6. Аналіз результатів моделювання.

У роботі було використано типове програмне забезпечення, що реалізує методи обчислювальної гідродинаміки, яке складається з таких складових:

- генератор розрахункової області та розрахункової сітки;
- передпроцесор, де задаються параметри та граничні умови моделі;
- вирішувач, де проводиться розрахунок диференціальних рівнянь на основі вибраного математичного алгоритму;
- постпроцесор, де отримані під час обчислень вихідні параметри візуалізуються та аналізуються.

Через складність багатофазного потоку в спіральному сепараторі моделювання було розділено на два етапи для підвищення стабільності обчислень. Спочатку попереднє поле потоку, що містить лише водяну та повітряну фази в спіральному сепараторі, моделювалося за допомогою ейлерової мультифлюїдної моделі VOF. Під час моделювання вода розглядалася як первинна фаза, тоді як повітря розглядалося як вторинна фаза. На початку моделювання обчислювальна область була повністю зайнята повітрям, а потім через впускний отвір вводилася вода. Отже, характеристики потоку рідини були отримані після того, як поле двофазного потоку повітря – рідина було стабільним. Далі, ґрунтуючись на цьому стабільному полі потоку, з вхідного отвору була випущена певна кількість частинок.

Згодом CFD моделювання проводили за ідентичних умов експлуатації та структурних параметрів експерименту з використанням спірального сепаратора лабораторного масштабу.

Були проведені систематичні фізичні експерименти в лабораторному спіральному сепараторі, щоб дослідити вплив кута нахилу спіралі на поведінку руху частинок. Експериментальні дані використовувалися для перевірки точності прогнозу ефективності розділення частинок за допомогою методу моделювання.

Схема експериментальної установки спірального сепаратора наведена на рисунку 2.

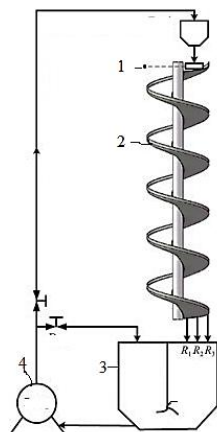


Рис. 2. Експериментальна установка спірального сепаратора:
1 – живильний бак; 2 – спіральний сепаратор; 3 – змішувальний бак; 4 – насос

Як показано на рисунку 2, спіральний сепаратор (2), насос (4), змішувальний бак (3) і живильний бак (1) були зібрані в систему замкнутого контуру. Спіральні сепаратори, які використовувалися в експерименті, були двох типів. Сепаратор СВШ-2-1000 з параболічною геометрією поперечного перерізу та сепаратор лабораторного масштабу з профілем поперечного перерізу у вигляді кривої слабо похилої. Швидкість живлення регулювалася регулюючим клапаном байпаса. Живильний бак мобільний і встановлювався на різній висоті. Вихідний отвір розділений на 3 зони (R_1 , R_2 , R_3) для збирання продуктів із внутрішньої, середньої та зовнішньої частини спіралі при розвантаженні. Випробувані продукти збирали протягом фіксованого часу, сушили, зважували та аналізували на вміст заліза та концентрацію твердої

речовини за масою. Масова концентрація твердої речовини визначалася як відсоток маси частинок до загальної маси пульпи. Експериментальні відносні похибки в основному пов'язані з невизначеністю поля потоку, а також руху частинок. Поведінка багатофазного потоку в спіральному сепараторі змінювалася весь час під час експериментального процесу. Якщо час вибірки занадто короткий, вибірка була менш репрезентативною. Щоб уникнути несприятливих ефектів, спричинених невизначеністю поля потоку та частинок, був прийнятий час відбору проб 200 с, достатній для визначеної маси проби. Крім того, невизначеність експериментального обладнання також впливала на точність експерименту. Після відбору проб продуктивність насоса змінювалася через зменшення загальної кількості пульпи, що призводило до коливань швидкості потоку живлення. Тому в змішувальний бак після кожного відбору проби додавали рівну кількість пульпи, щоб підтримувати стабільну швидкість потоку живлення. Крім того, щоб зменшити помилку, спричинену штучною операцією, кожен експеримент повторювали тричі. Результати повторних експериментів показали, що відносне стандартне відхилення для концентрації твердої речовини за масою та якістю становить менше 5 %, що підтвердило хорошу відтворюваність. Кінцеві дані були середнім значенням 3 паралельних експериментів. Налаштування симуляції потоку частинок у спіральних сепараторах СВШ-2-1000 та лабораторного масштабу наведено в таблиці 2.

Враховуючи, що діапазон розмірів частинок (в основному в межах від 0,040 до 0,100 мм) матеріалу, використаного в експерименті, був вузьким, можна вважати, що частинки з розміром D_{50} можуть представляти більшість частинок. Тому для спрощення дослідження прийнято, що розмір частинок живлення, прийнятий у моделюванні, дорівнює D_{50} живлення в експерименті.

Для оцінки точності прогнозування ейлерової мультифлюїдної моделі VOF для вільної поверхні плівки потоку було виконано CFD-моделювання потоку рідини та потоку частинок у спіральному сепараторі діаметром типу СВШ-2-1000 та сепараторі лабораторного масштабу. Змодельована товщина плівки потоку була порівняна з експериментальними даними вимірювань.

Таблиця 2

Налаштування симуляції потоку частинок у спіральному сепараторі в лабораторних умовах

Фактори	Найменування показника
Щільність магнетиту (кг/м^3)	5100
Щільність кварцу (кг/м^3)	2650
Щільність води (кг/м^3)	1000
Щільність повітря (кг/м^3)	1,225
В'язкість води ($\text{кг}\cdot\text{м}^{-1}\text{с}^{-1}$)	0,001003
В'язкість повітря ($\text{кг}\cdot\text{м}^{-1}\text{с}^{-1}$)	$1,7894\times 10^{-5}$
Діаметр магнетиту (мм)	0,16; 0,1; 0,07; 0,05
Діаметр кварцу (мм)	0,16; 0,1; 0,07; 0,05
Діаметр повітря (мм)	1×10^{-5}
Живильна об'ємна частка магнетиту	0,0282
Живильна об'ємна частка кварцу	0,0282
Подача об'ємної частки повітря	0
Швидкість подачі магнетиту (м/с)	0,144
Швидкість подачі кварцу (м/с)	0,144
Швидкість живлення води (м/с)	0,144
Швидкість подачі повітря (м/с)	0

Джерело: розробка автора

Під час виконання моделювання на першому етапі було оцінено ефективність прогнозування запропонованої моделі підйомної сили Багнольда. Змодельований вміст заліза з різним кутом нахилу спіралі порівнювали з експериментальними даними [19]. Результати надано на рисунку 3.

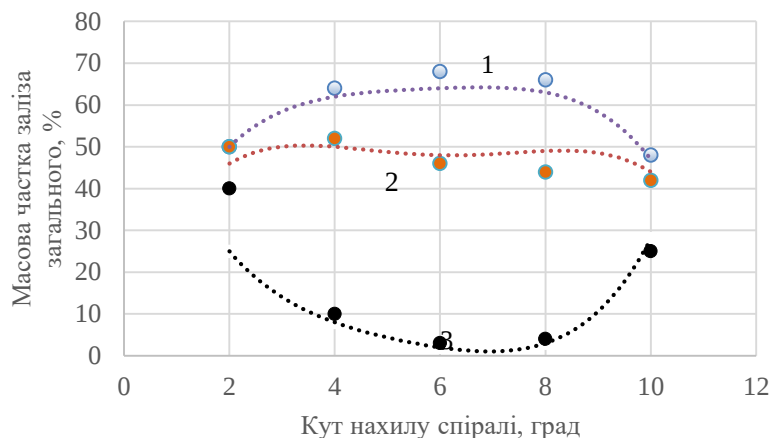


Рис. 3. Порівняння змодельованої (лінії) та експериментальної (точки) якості концентрату з різними кутами нахилу спіралі: 1 – масова частка заліза загального у важкій фракції; 2 – масова частка заліза загального у промпродукті; 3 – масова частка заліза загального у легкій фракції

З рисунка 3 можна спостерігати, що тенденції рівня масової частки заліза загального з різними кутами нахилу спіралі, отримані в результаті моделювання та експерименту, загалом узгоджуються. Варто зазначити, що прогнозований процес сегрегації частинок, такий як вертикальна стратифікація та радіальна сегрегація, буде більш реалістичним після розгляду моделі підйомної сили Багнольда.

Крім того, передумовою радіальної сегрегації є вертикальне розшарування частинок, а сила Багнольда відіграє важливу роль у вертикальному розшаруванні. Тому різницю в результатах моделювання будемо аналізувати з точки зору вертикальної стратифікації частинок. Розглянемо це більш докладно.

Так початкова стадія розвитку плівки потоку є важливим періодом для вертикальної стратифікації частинок. Досліджено розподіл об'ємних часток частинок магнетиту та кварцу на поверхні жолоба на першому повороті, як показано на рисунку 4. Об'ємна частка твердої речовини на поверхні жолоба показує частку частинок, що осіли, і, таким чином, відображає ефективність процесу стратифікації.

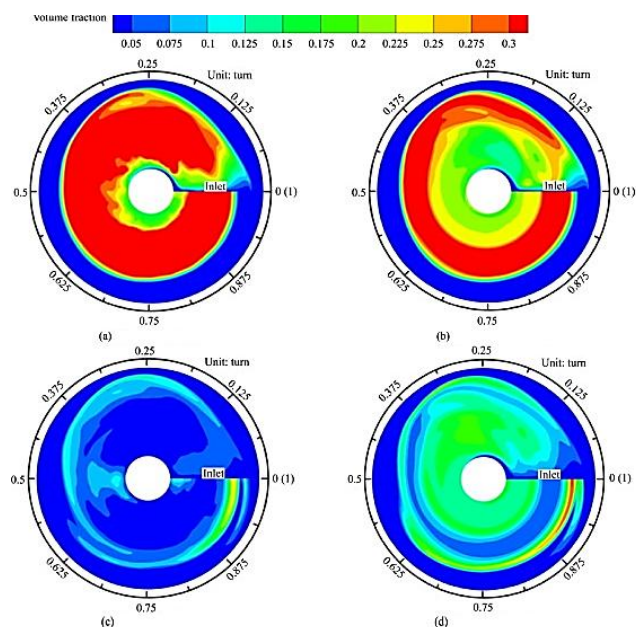


Рис. 4. Розподіл об'ємної частки твердого тіла на поверхні жолоба на першому повороті: а, b – магнетит; с, d – кварц

Дані рисунка 4, b і d представляють об'ємні частки частинок магнетиту та кварцу на поверхні жолоба, якщо модель підйомної сили Багнольда не враховується. На рисунках видно, що частинки магнетиту мають тенденцію концентруватися в середній частині жолоба, тоді як об'ємна частка частинок магнетиту

у внутрішній жолобі є відносно низькою. Для порівняння, об'ємна частка частинок кварцу на поверхні жолоба була нижчою, ніж частка частинок магнетиту. Під дією відцентрових сил та сил тяжіння більша кількість частинок кварцу сконцентрувалася у зовнішньому жолобі. Однак невелика кількість частинок кварцу осіла у внутрішньому жолобі. Це можна пояснити таким чином. Оскільки підйомна сила не вводиться, затонулі частинки кварцу не можуть піднятися до швидкоплинних шарів і рухатися назовні, в результаті чого частинки кварцу залишаються на дні півки потоку. На рисунку 4, *a* і *c* видно, що об'ємна частка частинок магнетиту у внутрішньому жолобі значно збільшується, тоді як об'ємна частка частинок кварцу у внутрішньому жолобі відповідно зменшується. Можна вважати, що більше частинок магнетиту переважно опускається на дно півки потоку порівняно з частинками кварцу.

Щоб додатково проілюструвати розшарування частинок у півці потоку, було досліджено розподіл об'ємної частки частинок магнетиту та кварцу при 0,25 обертах, як показано на рисунку 5. Півка потоку при 0,25 обертах не була повністю розвинена, де товщина півки потоку була відносно рівномірною в радіальному напрямку, а діапазон радіального розподілу частинок був відносно ширшим. Таким чином, 0,25 обертів було обрано для дослідження продуктивності розшарування частинок.

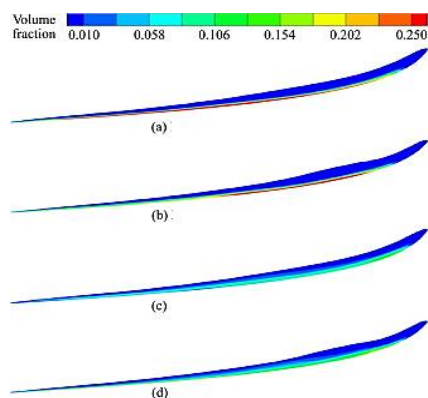


Рис. 5. Розподіл об'ємної частки твердого тіла в півці потоку на 0,25 обертів:
a, b – магнетит; *c, d* – кварц

На рисунку 5, *a* і *c* показано, що можна спостерігати значну вертикальну сегрегацію між частинками магнетиту та кварцу в середній і внутрішній западинах, коли розглядається модель підйомної сили Багнольда. Для порівняння, частинки магнетиту та кварцу сильно змішані в середній і внутрішній западинах, якщо не враховувати модель підйомної сили Багнольда, як показано на рисунку 5, *b* і *d*. Слід зазначити, що об'ємна частка частинок магнетиту вища, ніж частка кварцу на меншій глибині води, і менша, ніж частка кварцу на більшій глибині води. Можна зробити висновок, що запропонована тут модель підйомної сили Багнольда може покращити ефективність прогнозування вертикальної стратифікації частинок у внутрішній і середній западинах. Краща продуктивність розшарування частинок означає, що більше легких частинок у верхньому швидкоплинному шарі рухаються назовні під дією відцентрової сили. Тим часом у нижньому повільно текучому шарі буде більше важких частинок, які рухатимуться всередину під дією радіального градієнта тиску.

Для подальшого визначення домінуючого режиму потоку Багнольда було досліджено розподіл числа Багнольда в півці потоку при 0,25 обертах. Результати наведено на рисунку 6.

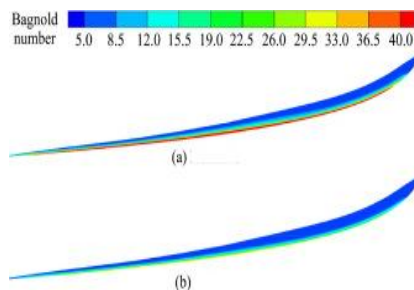


Рис. 6. Розподіл числа Багнольда в півці потоку на 0,25 оберта:
a – магнетит; *b* – кварц

Як показано на рисунку 6, числа Багнольда як для частинок магнетиту, так і для кварцу у верхньому шарі півки потоку дуже малі, що в основному пов'язано з меншою концентрацією твердої речовини та

швидкістю зсуву. Зі зменшенням глибини води число Багнольда для частинок магнетиту і кварцу поступово зростало. Для частинок магнетиту число Багнольда червоної частини нижнього шару перевищує 40 і може досягати максимального значення 81. Це означає, що типи сили Багнольда, прикладені до частинок магнетиту, знаходяться в режимі в'язкості та перехідному режимі. Для кварцових частинок число Багнольда нижньої плівки потоку було менше 40, а максимальне значення становило 33. Тому тип сили Багнольда, що діє на кварцові частинки, є лише в режимі в'язкості. Максимальні числа Багнольда як для частинок магнетиту, так і для кварцу значно менші за 450; отже, можна вважати, що внесок сили Багнольда в режимі інерції частинок у суспензії частинок є незначним, що в основному пов'язано з розміром частинок. Багнольд вважав, що малоімовірно, що ефект дисперсійної сили в режимі інерції частинок буде існувати, коли розмір частинок менше 200 мкм.

У системі ламінарного потоку сила Багнольда є важливим фактором для суспензії частинок, яка протидіє ефективній силі тяжіння частинки. Домінуюча сила частинок у вертикальному напрямку поступово перетворюється із сили Багнольда на ефективну силу тяжіння зі збільшенням відносної глибини води. Вища сила Багнольда в нижній частині плівки потоку в основному пов'язана з вищою швидкістю зсуву та концентрацією твердої речовини. Відношення сили Багнольда до ефективної сили тяжіння частинок кварцу більше, ніж у частинок магнетиту на кожній відносній глибині води, що вказує на те, що сила Багнольда, реалізована на частинках кварцу, має сильніший опір своїй ефективній силі тяжіння. Тобто, сила Багнольда є сприятливою для швидкої вертикальної сегрегації між частинками кварцу та магнетиту на початковій стадії розвитку процесу розділення.

Так фізичні експерименти показали, що після того, як кварцова суміш була подана через впускний отвір, стан розподілу частинок у суспензії був перемішаний. Згодом ефект Багнольда посилювався з осіданням частинок і збільшенням швидкості подачі пульпи. Оскільки вплив сили Багнольда на частинки кварцу сильніший, частинки кварцу, змішані на дні плівки потоку, матимуть більше шансів бути піднятими, ніж частинки магнетиту. Вертикальна стратифікація частинок на початковій стадії розвитку відіграє важливу роль у подальшій радіальній сегрегації.

На рисунку 7 порівнюється розподіл об'ємної частки частинок магнетиту та кварцу на всій поверхні жолоба з моделлю підйомної сили Багнольда та без неї.

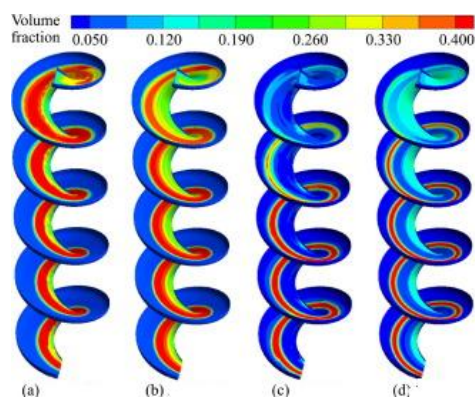


Рис. 7. Розподіл об'ємної частки твердих речовин на поверхні жолоба:
a, b – магнетит; c, d – кварц

На рисунку 7 чітко видно, що на поверхні жолоба залежно від кута нахилу спіралі утворюються значні смуги осідання частинок кварцу та магнетиту. Загалом смуга осідання частинок кварцу розташована більше назовні, ніж у частинок магнетиту. Однак, якщо не враховувати модель підйомної сили Багнольда, невелику частину смуги осідання частинок кварцу можна спостерігати у внутрішній западині, як показано на рисунку 7, d, вона поступово стискається всередину зі збільшенням кута западини. У поєднанні з рисунками 4, d і 7, d, можна вважати, що частинки кварцу, що з'являються у внутрішньому жолобі, можна зарахувати до неефективної невертикальної стратифікації частинок. На початковій стадії розділення частинки кварцу, змішані на дні плівки потоку, і втрачають шанс бути піднятими через відсутність підйомної сили. Крім того, він постійно залишатиметься на дні плівки потоку та поступово рухатиметься всередину під дією внутрішнього потоку, що призведе до захоплення частинок кварцу у внутрішній жолоб.

На рисунку 8 показано вилучення частинок кварцу та магнетиту в області R_1 спірального сепаратора (рис. 2) з різним кутом нахилу спіралі. Як зазначено на рисунку 8, коли розглядалася модель підйомної сили Багнольда, більше частинок магнетиту було вилучено в R_1 , у той час як менше кварцових частинок спостерігалось в області R_1 , що означає, що у внутрішньому жолобі кращі показники розділення. Це в основному пов'язано з вертикальним розшаруванням частинок і вторинним потоком.

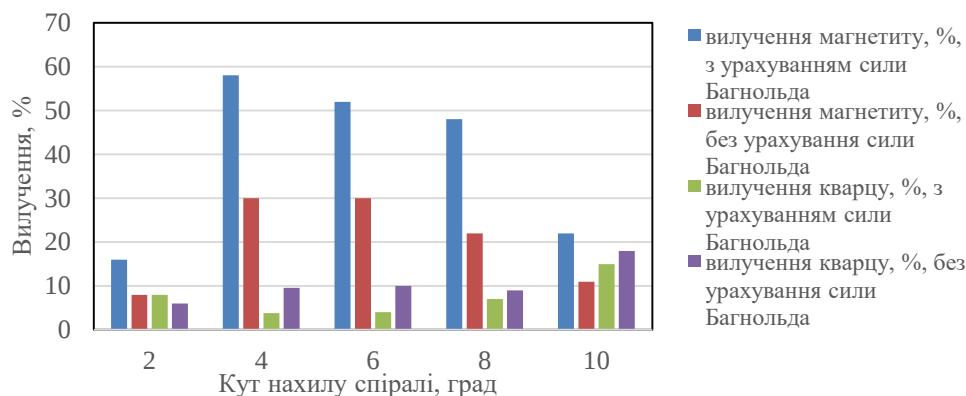


Рис. 8. Вилучення кварцу та магнетиту в області R_1 спірального сепаратора з різним кутом нахилу спіралі

Отже, загалом запропоновану модель підйомної сили Багнольда можна вважати ефективною для прогнозування сегрегації частинок у спіральному сепараторі. Можна зробити висновок, що задовільна вертикальна стратифікація частинок на початковій стадії розвитку сприяє подальшій радіальній сегрегації. Проте вплив вторинного потоку на радіальну сегрегацію частинок є складним, що пов'язано зі стабільністю поля потоку. Тому в майбутньому необхідно провести більш детальне дослідження радіальної сегрегації частинок.

З метою кількісної оцінки явища сегрегації за густиною було виконано розрахунок ефективності сегрегації частинок магнетитової руди у спіральному сепараторі типу СВШ-1000 та лабораторному сепараторі з використанням розроблених чисельних моделей, адекватність яких була підтверджена технологічними дослідженнями.

З метою кількісної оцінки явища сегрегації на спіральних сепараторах використано формулу, що описує ефективність сегрегації за щільністю:

$$E_s = \frac{\gamma(\beta - \alpha)}{\alpha(100 - \alpha)} = \frac{\varepsilon - \gamma}{100 - \alpha}, \quad (19)$$

де γ – вихід частинок матеріалу, що залишили розрахунковий обсяг, перебуваючи в придонному шарі;

β – вміст частинок мінералу певної щільності у матеріалі придонного шару;

α – вміст частинок мінералу певної щільності у вихідному живленні;

ε – вилучення частинок мінералу певної щільності в придонний шар.

Запропонована формула по суті є критерієм Ханкока для визначення технологічної ефективності розділення, який є найбільш поширеним показником [20]. Ефективність сегрегації тим вища, чим більша кількість частинок певної щільності зосереджена в придонному шарі, з максимальним теоретичним значенням рівним одиниці.

Наразі розглядається сегрегація частинок цінного мінералу, тобто магнетиту. Було визначено масу частинок магнетиту, що залишила робочий об'єм апарата з придонного та поверхневого шарів, та розрахована ефективність сегрегації за запропонованою формулою. На рисунках 9 та 10 наведено розподіл частинок магнетиту по висоті водного потоку на виході з спіральних апаратів.



Рис. 9. Розподілення частинок магнетиту за висотою водного потоку на виході зі спірального сепаратора типу СВШ-2-1000

Характер кривих на рисунку 9 оснований на тому, що чорні точки – це експериментальні дані концентрації частинок магнетиту залежно від висоти потоку. Червона лінія – профіль теоретичного перерізу спіралі, що визначає очікуваний розподіл за геометрією сепаратора. Жовта лінія – межа розділення гідродинамічного шару, що вказує на зону відокремлення фракцій різної густини.

Згідно з рисунком 9 експериментальні точки досить добре узгоджуються з розрахунковими кривими, що свідчить про адекватність моделі. Спостерігається зростання концентрації магнетиту у верхній частині потоку, що зумовлено гідродинамічними силами та геометрією спіралі. Відхилення від моделі помітні на краях діапазону, що може бути пов'язано з турбулентними ефектами та впливом крайових зон потоку.

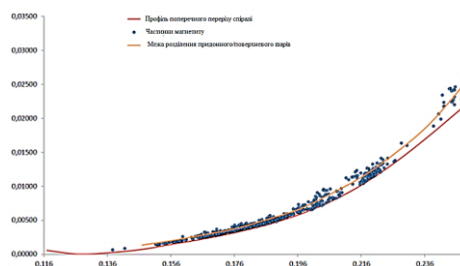


Рис. 10. Розподілення частинок магнетиту за висотою водного потоку на виході зі спірального сепаратора лабораторного типу

Аналогічно до попереднього випадку, на рисунку 10 чорні точки – експеримент, червона лінія – профіль спіралі, жовта лінія – межа розділення шару. Зауважуємо, що масштаб рисунка 10 інший: значення по вертикалі значно менші, що вказує на нижчий рівень концентрації частинок магнетиту у вихідному потоці. Згідно з рисунком 10 узгодженість експериментальних даних із теоретичною моделлю залишається високою. Менші значення концентрації обумовлені меншими габаритами обладнання, меншим кутом похилу спіралі, іншими режимами подачі пульпи та нижчим гідралічним навантаженням. Відхилення в крайніх точках, як і у випадку з промисловим сепаратором, ймовірно зумовлені турбулентними явищами та впливом бічних стінок.

Загалом рисунки 9, 10 свідчать про те, що модель добре описує експериментальні дані. У промисловому сепараторі (рис. 9) спостерігається вищий рівень концентрації магнетиту, що свідчить про більш інтенсивне розділення та більший об'єм обробки матеріалу. У лабораторному варіанті (рис. 10) результати більш «згладжені», але з кращою локальною відповідністю до моделі. В обох випадках методика моделювання може бути використана для прогнозування ефективності розділення залежно від розмірів апарату, профілю поперечного перерізу спірального жолоба та режимів роботи.

Для перевірки адекватності методики моделювання надалі досліджувався вплив таких параметрів процесу розділення, як масовий вміст твердого в живленні, продуктивність живлення та витрата води на сегрегацію мінеральних частинок за щільністю. У таблиці 3 наведено результати розрахунку ефективності сегрегації за щільністю у спіральних сепараторах, що розглядаються. У ході розрахунків моделей змінювалися такі параметри, як продуктивність живлення та масова частка твердого в ньому. Витрати води не змінювалися і склали 0,9 м³/год. З результатів розрахунку видно, що ефективність сегрегації за густиною вище у разі використання лабораторного сепаратора. З оцінки впливу масової частки твердого в живленні на процес сегрегації за густиною було досліджено залежність даних параметрів процесу спіральної сепарації, яка наведена на рисунку 11.

Таблиця 3

Визначення ефективності сегрегації за щільністю при збагаченні магнетитової руди у спіральних сепараторах

Q, кг/год	W, л/год	T, %	Es	γ , %		β , %		ε , %		α , %
				прид.	пов.	прид.	пов.	прид.	пов.	
Спиральный сепаратор СВШ-2-1000										
225	900	20	0,69	58,21	41,79	80,44	9,03	92,54	7,46	50,6
300	900	25	0,76	58,31	41,69	83,28	5,37	95,59	4,41	50,8
386	900	30	0,83	58,35	41,65	86,81	1,55	98,74	1,26	51,3
485	900	35	0,87	57,06	42,94	90,45	1,37	98,87	1,13	52,2
Лабораторный спиральный сепаратор										
225	900	20	0,73	59,86	40,14	80,92	5,38	95,73	4,27	50,6
300	900	25	0,84	54,8	45,2	88,93	4,57	95,93	4,07	50,8
386	900	30	0,91	50,79	49,21	95,97	5,19	95,02	4,98	51,3
485	900	35	0,94	50,95	49,05	98,14	4,48	95,79	4,21	52,2

Джерело: розробка автора.

Примітка: Q – продуктивність за живленням, кг/год; W – витрати води, л/ч; T – масова частка твердого в живленні, %; Es – ефективність сегрегації; γ – вихід мінеральних частинок у придонний (прид.) та поверхневий (пов.) шар відповідно; β – вміст магнетиту в матеріалі придонного і поверхневого шару відповідно; ε – вилучення магнетиту в придонний і поверхневий шар відповідно; α – вміст магнетиту у вихідному живленні

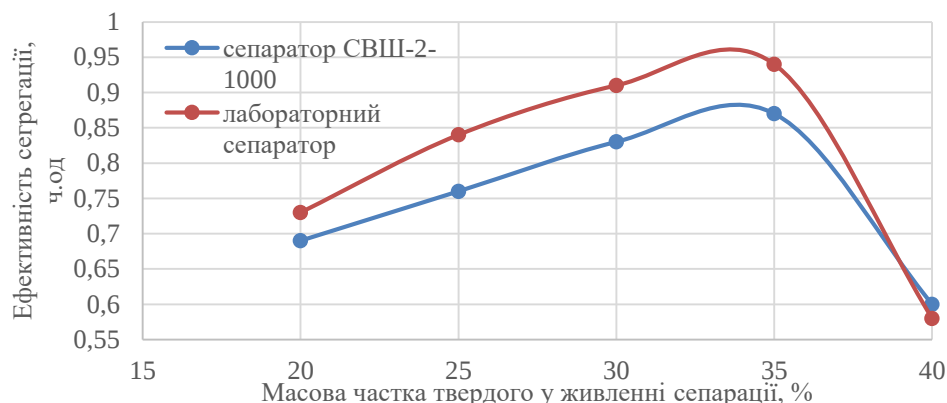


Рис. 11. Вплив масової частки твердого в живленні сеграції на ефективність сегрегації за щільністю у спіральних сепараторах при постійних витратах води

Як видно з рисунка 11, ефективність сегрегації зростає з 0,69 до 0,87 при збільшенні масової частки твердого в живленні з 20 до 35 % під час використання спірального сепаратора СВШ-2-1000 і з 0,73 до 0,94 у разі використання лабораторного сепаратора.

Таким чином, на підставі отриманих результатів моделювання явища сегрегації в відцентрових потоках малої товщини можна стверджувати, що ефективність сегрегації за щільністю у спіральних сепараторах збільшується при підвищенні масової частки твердого у вихідному живленні. Виявлено, що найефективніше сегрегація протікає при поділі вихідного продукту на сепараторі з профілем поперечного перерізу у вигляді кривої слабо похилої.

Висновки та перспективи подальших досліджень. Основні висновки цього дослідження підсумовані таким чином:

1. При аналізі моделей встановлено, що порівняно з моделлю Ейлера – Ейлера, ейлерова мультифлюїдна модель VOF ефективно унікає міжфазної дифузії та дає кращий опис чітких меж розділу повітря – вода та повітря – пульпа в спіральному сепараторі. Прогнозована зміна товщини плівки потоку до та після додавання частинок у спіральний сепаратор на основі ейлерової мультифлюїдної моделі VOF добре узгоджується з повідомленими значеннями з літератури. Це означає, що ця модель може ефективно подолати обмеження обчислювальної області з передбачуваною верхньою межею на основі моделі Ейлера – Ейлера;

2. Запропонована модель підйомної сили Багнольда, яку можна вважати ефективною для прогнозування сегрегації частинок у спіральному сепараторі. Коли модель підйомної сили Багнольда не розглядається, то об'ємна частка частинок кварцу в нижній плівці зростає. Вони рухалися всередину під дією внутрішнього потоку, що призвело до недопрогнозування якості магнетитового концентрату за масовою часткою заліза у внутрішньому жолобі спіралі. Коли використовувалася модель підйомної сили Багнольда, було отримано краще прогнозоване вертикальне розшарування між частинками кварцу та магнетиту, що створило сприятливі умови для подальшої радіальної сегрегації;

3. На основі чисельного моделювання досліджено процес сегрегації мінеральних частинок за щільністю у спіральних сепараторах. Запропоновано формулу для оцінки ефективності сегрегації за густиною в потоках малої товщини. Встановлено, що ефективність сегрегації зростає зі збільшенням масової частки твердого у живленні;

4. Чисельна модель спіральної сеграції, заснована на системі диференціальних рівнянь нерозривності і збереження імпульсу, модифікованих для обліку багатофазності роздільного середовища, генерації та дисипації турбулентної кінетичної енергії, а також рівнянь балансу сил, що діють на мінеральні частинки, що вирішуються методом визначення якісно-кількісних показників збагачення мінеральної сировини та гідродинамічних параметрів розділення;

5. Вперше для прогнозування сегрегації частинок у спіральних сепараторах при збагаченні магнетитових руд розроблено методику моделювання спіральної сеграції, що ґрунтується на застосуванні математичного апарату методів чисельної гідродинаміки за рахунок застосування ейлерової мультифлюїдної моделі VOF з урахуванням підйомної сили Багнольда, що дозволила визначити гідродинамічні параметри потоку суспензії, а саме зменшення кривизни профілю поперечного перерізу спірального жолоба з параболічною геометрією поперечного перерізу до слабо похилого, що сприяє збільшенню ефективності сегрегації дрібних фракцій мінеральних частинок на 5,48–7,45 %;

6. Вперше при гравітаційному збагаченні магнетитових руд у спіральних сепараторах на підставі чисельного моделювання потоку твердих частинок встановлені закономірності сегрегації мінеральних частинок за густиною та висотою спірального потоку малої товщини, що дозволило підвищити

ефективність процесу сегрегації мінеральних частинок з 0,69 до 0,87 при збільшенні масової частки твердого в живленні з 20 до 35 % під час використання спірального сепаратора з параболічною геометрією поперечного перерізу і з 0,73 до 0,94 у разі використання сепаратора з профілем поперечного перерізу у вигляді кривої слабо похилої.

Список використаної літератури:

1. Physical beneficiation of heavy minerals – Part 1: A state of the art literature review on gravity concentration techniques / N.Nzeh, P.Popoola, D.Okanigbe and other // *Heliyon*. – 2023. – Vol. 9, № 8. DOI: 10.1016/j.heliyon.2023.e18919.
2. Experimental analysis of water and slurry flows in gravity-driven helical mineral separators / T.Romeijn, M.Behrens, G.Paul, D.Wei // *Powder Technology*. – 2022. – Vol. 405. DOI: 10.1016/j.powtec.2022.117538.
3. Олійник Т.А. Сегрегація частинок при гравітаційній сепарації мінеральних агрегатів у водному середовищі / Т.А. Олійник, Д.О. Румницький, Л.В. Скляр // *Вісник Криворізького національного університету*. – 2023. – Вип. 56. – С. 47–54. DOI: 10.31721/2306-5451-2023-1-56-47-54.
4. Oliynyk T. Determination of the influence of pulp viscosity on the enrichment process of magnetite suspensions in screw separators / T.Oliynyk, D.Rumnitsky, L.Skliar // *Technology audit and production reserves. Chemical and technological systems*. – 2025. – № 1/3 (81). – P. 6–18. DOI: 10.15587/2706-5448.2025.323268.
5. Gravity separation of ultra-fine (–0.1 mm) minerals using spiral separators / R.G. Richards, D.M. MacHunter, P.J. Gates, M.K. Palmer // *Minerals Engineering*. – 2000. – Vol. 13, № 1. – P. 65–77. DOI: 10.1016/S0892-6875(99)00150-8.
6. Observation of iron ore beneficiation within a spiral concentrator by positron emission particle tracking of large ($\varnothing=1440\text{ }\mu\text{m}$) and small ($\varnothing=58\text{ }\mu\text{m}$) hematite and quartz tracers / D.Boucher, Z.T. Deng, T.Leadbeater and other // *Chemical Engineering Science*. – 2016. – Vol. 140. – P. 217–232. DOI: 10.1016/j.ces.2015.09.016.
7. Бродський Ю.Б. Імітаційне моделювання стохастичного процесу на прикладі обчислювальної системи / Ю.Б. Бродський, О.В. Маєвський, М.О. Хохлов // *Технічна інженерія*. – 2024. – № 1 (93). – С. 114–121. DOI: 10.26642/ten-2024-1(93)-114-121.
8. Редчиць Д.О. Чисельне моделювання докритичного і закритичного обтікання профілю турбулентним потоком / Д.О. Редчиць, С.В. Моїсєнко, О.В. Акіменко // *Математичне моделювання*. – 2024. – № 2 (51). – С. 132–144. DOI: 10.31319/2519-8106.2(51)2024.317613.
9. Numerical studies of the effects of design parameters on flow fields in spiral concentrators / G.Ye, L.Ma, F.Alberini and other // *International Journal of Coal Preparation and Utilization*. – 2022. – Vol. 42, № 1. – P. 67–81. DOI: 10.1080/19392699.2019.1700861.
10. Matthews B.W. Computational simulation of fluid and dilute particulate flows on spiral concentrators / B.W. Matthews, C.A.J. Fletcher, A.C. Partridge // *Applied Mathematical Modelling*. – 1998. – Vol. 22, № 12. – P. 965–979. DOI: 10.1016/S0307-904X(98)10016-4.
11. Mishra B.K. A preliminary study of particle separation in spiral concentrators using DEM / B.K. Mishra, A.Tripathy // *International Journal of Mineral Processing*. – 2010. – Vol. 94, № 3–4. – P. 192–195. DOI: 10.1016/j.minpro.2010.02.008.
12. Numerical simulation of particulate-flow in spiral separators. Part I. Low solids concentration (0.3 % & 3 % solids) / M.A. Doheim, A.F. Abdel Gawad, G.M.A. Mahran and other // *Applied Mathematical Modelling*. – 2013. – Vol. 37, № 1–2. – P. 198–215. DOI: 10.1016/j.apm.2012.01.019.
13. CFD simulation of particulate flow in a spiral concentrator / G.M.A. Mahran, M.A. Doheim, M.H. Abu-Ali, A.F. Abdel // *Materials Testing*. – 2015. – Vol. 57, № 9. – P. 811–816. DOI: 10.3139/120.110780.
14. Simulation of particle-laden flow in a Humphrey spiral concentrator using dust-liquid smoothed particle hydrodynamics / J.Kwon, H.Kim, S.Lee, H.Cho // *Advanced Powder Technology*. – 2017. – Vol. 28, № 10. – P. 2694–2705. DOI: 10.1016/j.appt.2017.07.009.
15. Gidaspow D. Hydrodynamics of circulating fluidized beds: Kinetic theory approach / D.Gidaspow, R.Bezburuah, J.Ding // *7th International Conference on Fluidization*. – 1992. – P. 75–82.
16. Kinetic theories for granular flow: Inelastic particles in Couette flow and slightly inelastic particles in a general flow field / C.K.K. Lun, S.B. Savage, D.J. Jeffrey, N.Chepuriniy // *Journal of Fluid Mechanics*. – 1984. – Vol. 140. – P. 223–256. DOI: 10.1017/S0022112084000586.
17. Černe G. Coupling of the interface tracking and the two-fluid models for the simulation of incompressible two-phase flow / G.Černe, S.Petelin, I.Tiselj // *Journal of Computational Physics*. – 2001. – Vol. 171, № 2. – P. 776–804. DOI: 10.1006/jcph.2001.6806.
18. Particulate flow modelling in a spiral separator by using the Eulerian multi-fluid VOF approach / M.Lingguo, S.Gao, D.Wei and other // *International Journal of Mining Science and Technology*. – 2023. – Vol. 33, № 2. – P. 251–263. DOI: 10.1016/j.ijmst.2022.09.016.
19. Олійник Т.А. Удосконалення технології отримання концентрату марки КЗВ / Т.А. Олійник, Д.О. Румницький, Л.В. Скляр // *Розвиток промисловості та суспільства : матер. Міжнар. наук.-техн. конф. – Кривий Ріг : КНУ, 2025. – 10 с.*
20. Assessment of the efficiency of hematite quartzite enrichment technologies / T.Oliynyk, L.Sklyar, N.Kushniruk and other // *Inżynieria Mineralna*. – 2023. – Vol. 1, № 1. – P. 33–44. DOI: 10.29227/im-2023-01-04.

References:

1. Nzeh, N., Popoola, P., Okanigbe, D. et al. (2023), «Physical beneficiation of heavy minerals – Part 1: A state of the art literature review on gravity concentration techniques», *Heliyon*, Vol. 9, No. 8, doi: 10.1016/j.heliyon.2023.e18919.
2. Romeijn, T., Behrens, M., Paul, G. and Wei, D. (2022), «Experimental analysis of water and slurry flows in gravity-driven helical mineral separators», *Powder Technology*, Vol. 405, doi: 10.1016/j.powtec.2022.117538.
3. Oliinyk, T.A., Rumnytskyi, D.O. and Skliar, L.V. (2023), «Sehrehatsia chastynok pry hravitatsiinii separatsii mineralnykh ahrehativ u vodnomu seredovyshchi», *Visnyk Kryvorizkoho natsionalnoho universytetu*, Issue 56, pp. 47–54, doi: 10.31721/2306-5451-2023-1-56-47-54.
4. Oliinyk, T., Rumnitsky, D. and Skliar, L. (2025), «Determination of the influence of pulp viscosity on the enrichment process of magnetite suspensions in screw separators», *Technology audit and production reserves. Chemical and technological systems*, No. 1/3 (81), pp. 6–18, doi: 10.15587/2706-5448.2025.323268.
5. Richards, R.G., MacHunter, D.M., Gates, P.J. and Palmer, M.K. (2000), «Gravity separation of ultra-fine (–0.1 mm) minerals using spiral separators», *Minerals Engineering*, Vol. 13, No. 1, pp. 65–77, doi: 10.1016/S0892-6875(99)00150-8.
6. Boucher, D., Deng, Z.T., Leadbeater, T. et al. (2016), «Observation of iron ore beneficiation within a spiral concentrator by positron emission particle tracking of large ($\varnothing=1440\text{ }\mu\text{m}$) and small ($\varnothing=58\text{ }\mu\text{m}$) hematite and quartz tracers», *Chemical Engineering Science*, Vol. 140, pp. 217–232, doi: 10.1016/j.ces.2015.09.016.
7. Brodskiy, Yu.B., Maievskiy, O.V. and Khokhlov, M.O. (2024), «Imitatsiine modeliuвання stokhastychnoho protsesu na prykladi obchysliuvalnoi systemy», *Tekhnichna inzheneriia*, No. 1 (93), pp. 114–121, doi: 10.26642/ten-2024-1(93)-114-121.
8. Redchyts, D.O., Moiseienko, S.V. and Akimenko, O.V. (2024), «Chyselne modeliuвання dokrytychnoho i zakrytychnoho obtikannia profilu turbulentsym potokom», *Matematychni modeliuвання*, No. 2 (51), pp. 132–144, doi: 10.31319/2519-8106.2(51)2024.317613.
9. Ye, G., Ma, L., Alberini, F. et al. (2022), «Numerical studies of the effects of design parameters on flow fields in spiral concentrators», *International Journal of Coal Preparation and Utilization*, Vol. 42, No. 1, pp. 67–81, doi: 10.1080/19392699.2019.1700861.
10. Matthews, B.W., Fletcher, C.A.J. and Partridge, A.C. (1998), «Computational simulation of fluid and dilute particulate flows on spiral concentrators», *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 22, No. 12, pp. 965–979, doi: 10.1016/S0307-904X(98)10016-4.
11. Mishra, B.K. and Tripathy, A. (2010), «A preliminary study of particle separation in spiral concentrators using DEM», *International Journal of Mineral Processing*, Vol. 94, No. 3–4, pp. 192–195, doi: 10.1016/j.minpro.2010.02.008.
12. Doheim, M.A., Abdel Gawad, A.F., Mahran, G.M.A. et al. (2013), «Numerical simulation of particulate-flow in spiral separators. Part I. Low solids concentration (0.3% & 3% solids)», *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 37, No. 1–2, pp. 198–215, doi: 10.1016/j.apm.2012.01.019.
13. Mahran, G.M.A., Doheim, M.A., Abu-Ali, M.H. and Abdel, A.F. (2015), «CFD simulation of particulate flow in a spiral concentrator», *Materials Testing*, Vol. 57, No. 9, pp. 811–816, doi: 10.3139/120.110780.
14. Kwon, J., Kim, H., Lee, S. and Cho, H. (2017), «Simulation of particle-laden flow in a Humphrey spiral concentrator using dust-liquid smoothed particle hydrodynamics», *Advanced Powder Technology*, Vol. 28, No. 10, pp. 2694–2705, doi: 10.1016/j.apt.2017.07.009.
15. Gidaspow, D., Bezburuah, R. and Ding, J. (1992), «Hydrodynamics of circulating fluidized beds: Kinetic theory approach», *7th International Conference on Fluidization*, pp. 75–82.
16. Lun, C.K.K., Savage, S.B., Jeffrey, D.J. and Chepur, N. (1984), «Kinetic theories for granular flow: Inelastic particles in Couette flow and slightly inelastic particles in a general flow field», *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 140, pp. 223–256, doi: 10.1017/S0022112084000586.
17. Cerne, G., Petelin, S. and Tiselj, I. (2001), «Coupling of the interface tracking and the two-fluid models for the simulation of incompressible two-phase flow», *Journal of Computational Physics*, Vol. 171, No. 2, pp. 776–804, doi: 10.1006/jcph.2001.6806.
18. Lingguo, M., Gao, S., Wei, D. et al. (2023), «Particulate flow modelling in a spiral separator by using the Eulerian multi-fluid VOF approach», *International Journal of Mining Science and Technology*, Vol. 33, No. 2, pp. 251–263, doi: 10.1016/j.ijmst.2022.09.016.
19. Oliinyk, T.A., Rumnytskyi, D.O. and Skliar, L.V. (2025), «Udoskonalennia tekhnolohii otrymannia konsentratu marky KZV», *Rozvytok promyslovosti ta suspilstva, mater. Mizhnar. nauk.-tekhn. konf.*, KNU, Kryvyi Rih, 10 p.
20. Oliinyk, T., Sklyar, L., Kushniruk, N. et al. (2023), «Assessment of the efficiency of hematite quartzite enrichment technologies», *Inzheneria Mineralna*, Vol. 1, No. 1, pp. 33–44, doi: 10.29227/im-2023-01-04

Олійник Тетяна Анатоліївна – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри збагачення корисних копалин та хімії Криворізького національного університету, м. Кривий Ріг, Дніпропетровська область, Україна.

<https://orcid.org/0000-0002-0315-7308>.

Наукові інтереси:

- технології видобутку;
- збагачення та переробка корисних копалин.

E-mail: taoliynik@knu.edu.ua.

Скляр Людмила Василівна – кандидат технічних наук, доцент кафедри збагачення корисних копалин та хімії Криворізького національного університету, м. Кривий Ріг, Україна.

<https://orcid.org/0000-0002-2721-1436>.

Наукові інтереси:

- технології видобутку;
- збагачення та переробка корисних копалин.

E-mail: lyuda.cuclina@knu.edu.ua.

Румницький Дмитро Олександрович – аспірант кафедри збагачення корисних копалин та хімії Криворізького національного університету, м. Кривий Ріг, Україна.

<https://orcid.org/0009-0006-4087-2868>.

Наукові інтереси:

- технології збагачення корисних копалин.

E-mail: d.rumnitsky@icloud.com.

Шлапак Володимир Олександрович – кандидат технічних наук, доцент кафедри маркшейдерії Державного університету «Житомирська політехніка».

<https://orcid.org/0000-0002-4183-1922>.

Наукові інтереси:

- відкриті гірничі роботи;
- гірничий транспорт;
- маркшейдерська справа;
- переробка та збагачення корисних копалин.

E-mail: v.shlapak@ztu.edu.ua.

Oliinyk T.A., Skliar L.V., Rumnytskyi D.O., Shlapak V.O.

Modeling of particle segregation in spiral separators when enriching magnetite ores

In this paper, we perform numerical modeling of the spiral separation process of magnetite ores using the Navier – Stokes equations for turbulent multiphase flows in combination with the Euler multifluid model VOF and the modified Bagnold lift model. Comparative analysis showed the advantages of the VOF approach over the classical Euler – Euler model, in particular in reducing interfacial diffusion and more accurate reproduction of phase boundaries. The use of the Bagnold lift model made it possible to predict the vertical and radial stratification of mineral particles more correctly, which helped to improve the quality of magnetite concentrate. The numerical model of spiral separation is based on a system of differential equations of continuity and conservation of momentum modified to take into account the multiphase nature of the separation medium, the generation and dissipation of turbulent kinetic energy, and the balance of forces acting on mineral particles. A formula is proposed for estimating the efficiency of particle density segregation in thin-layer flows, which shows an increase in efficiency with an increase in the mass fraction of solid in the feed. It was found that modification of the cross-sectional profile of a spiral chute with a parabolic cross-sectional geometry to a slightly inclined one contributes to the efficiency of segregation of small fractions by 5,48–7,45 %. As a result of the implementation of the proposed method of numerical modeling of the process of spiral separation of magnetite ores, the efficiency of segregation of magnetite particles increased from 0,69 to 0,87 for a separator with a conventional profile and from 0,73 to 0,94 for a separator with a weakly inclined profile. The results obtained confirm the prospects of using numerical hydrodynamics to optimize the design of spiral separators and increase the efficiency of gravitational enrichment of magnetite ores.

Keywords: spiral separator; gravitational enrichment; magnetite ores; numerical modeling; segregation efficiency; hydrodynamics.

Стаття надійшла до редакції 18.08.2025.