

В.В. Ципоренко, к.т.н., доц.

В.Г. Ципоренко, к.т.н., доц.

В.В. Чухов, к.т.н., доц.

О.В. Андреев, к.т.н., доц.

Державний університет «Житомирська політехніка»

Дослідження принципів спектрально-просторового аналізу та оцінка ширини спектра сигналу

За наявності нескінченної множини різних можливих реалізацій безперервного випадкового процесу на певному інтервалі частот імовірність одержання однієї з можливих реалізацій, звичайно, дорівнює нулю. Однак при вирішенні основних завдань оптимального прийому доводиться оперувати не з самими функціоналами, а з їхнім відношенням, зокрема з відношенням правдоподібності. Відношення правдоподібності являє собою відношення функцій (при дискретній обробці) або функціоналів (при неперервній обробці) правдоподібності за наявності й відсутності сигналу.

В результаті теоретичного аналізу було запропоновано алгоритми аналізу ширини смуги частот сигналу для випадків сигналу з відомим енергетичним спектром та з відомого напрямку, з невідомого напрямку та з невідомими характеристиками. Отримана максимально правдоподібна оцінка значення ширини спектра, що забезпечує максимум логарифма функціонала правдоподібності. Розроблений алгоритм зводиться до обчислення сигнальних функцій і знаходження їхніх максимумів, що будуть відповідати найбільш правдоподібним значенням ширини спектра. Загальна смуга частот буде складатися з суми смуг частот, знайдених за максимумами сигнальних функцій. Отримано найбільш правдоподібні оцінки ширини спектра сигналу.

Використовуючи метод максимуму функціонала правдоподібності, розв'язано задачу оцінки ширини спектра невідомого сигналу, що приймається з невідомого напрямку. Дослідження проведено в частотній області визначення з обробкою спектра суміші радіовипромінювань. В цьому випадку кожна спектральна складова випромінювання від одного джерела радіовипромінювання буде мати приблизно однаковий пеленг, і тому при сумуванні модулів даних спектральних складових будуть складатися синфазно. За межами смуги частот випромінювання модулів спектральних складових будуть складатися не в фазі, і їх середнє значення в результаті буде дорівнювати нулю, оскільки пеленг шуму розподілений рівномірно від -180° до $+180^\circ$.

Ключові слова: спектральний аналіз; просторовий метод; максимально правдоподібна оцінка; ширина спектра.

Актуальність теми. Постійно зростаюча необхідність у радіочастотному спектрі та збільшення кількості діючих засобів радіозв'язку збільшує вимоги до операторів зв'язку та підрозділів інспектування й нагляду за мережами радіозв'язку, підвищені вимоги щодо раціонального використання радіочастотного ресурсу та забезпечення електромагнітної сумісності [1, 2].

Збереження радіочастотного ресурсу на сьогодні забезпечується підвищенням стабільності частот радіоелектронної апаратури, а також завдяки проведенню радіомоніторингу. До підконтрольних параметрів зараховують несучу частоту, ширину займаної смуги частот (ширину спектра сигналу), рівень сигналу, параметри модуляції та швидкість передачі даних. Найбільш критичним з точки зору радіомоніторингу є ширина займаної смуги частот. Тому завдання її оцінки є актуальним.

Нині існують 2 основні підходи щодо оцінки ширини займаної смуги частот радіовипромінювання – пряма оцінка та побічна оцінка.

Пряму оцінку найчастіше проводять за критерієм відношення потужностей (енергетичний критерій) або за критерієм X дБ (рівневий критерій).

Аналіз останніх досліджень та публікацій, на які спираються автори. Відповідно до визначення ширини займаної смуги частот її оцінку необхідно проводити за результатами вимірювання спектральної густини потужності радіовипромінювання. Необхідно зауважити, що в загальному випадку при проведенні радіочастотного контролю випромінювань на значних відстанях від джерела радіовипромінювання (ДРВ), коли позасмугові випромінювання маскуються завадами й шумом, метод вимірювань ширини займаної смуги частот за критерієм відношення потужностей застосувати неможливо [1].

За визначенням ДСТУ 3254, «Ширина смуги частот радіовипромінювання на рівні X дБ – це ширина смуги частот, за межами якої будь-яка спектральна складова має послаблення на X дБ і більше відносно рівня випромінювання, прийнятого за 0 дБ» [2].

Згідно з чинними нормативними в Україні результати вимірювань ширини смуги частот радіовипромінювання певного ДРВ використовують для її перевірки на відповідність ширині контрольної смуги частот цього пристрою.

Незважаючи на те, що вимірювання ширини контрольної смуги частот відповідно до чинних нормативних документів має проводитися з використанням випробувальних сигналів та попереднього встановлення заданого (вихідного) рівня 0 дБ, що для більшості класів випромінювань потребує управління режимами роботи ДРВ, оцінювання контрольної смуги частот при розв'язанні задач дистанційного (ефірного) радіочастотного контролю штатної роботи передавачів має широке застосування. Основна складність практичної реалізації ефірного радіочастотного контролю смуги частого радіовипромінювання при штатній роботі передавача полягає у встановленні заданого (вихідного) рівня 0 дБ, відносно якого проводять відлік вимірювального рівня X дБ, і який являє собою пікове значення обвідної випромінювання, яке інколи досить тяжко піддається визначенню, наприклад, при вимірюваннях ширини смуги частотно-модульованих радіовипромінювань внаслідок зменшення амплітуди несучої при модуляції [1, 2]. Отже, цей метод використовує тільки енергетичний спектр радіовипромінювань, що знижує його точність.

У роботі [3] розглянуто цифровий метод спектрально-кореляційної оцінки часу затримки радіосигналів та пеленгу. Виведено формулу дисперсії оцінки часу затримки сигналу радіоканалів та пеленгу на ДРВ. Особливістю є використання часового та просторового спектрального аналізу, використання прямої кореляційної оцінки параметрів.

У [4] для забезпечення можливості оцінки параметрів короткочасних широкосмугових радіовипромінювань в реальному масштабі часу для умов складної електромагнітної обстановки, коли частотні спектри радіовипромінювань повністю перекриваються, а просторові спектри радіовипромінювань частково перекриваються, розроблено безпошуковий цифровий метод кореляційно-інтерферометричного пеленгування та оцінки параметрів сигналів з відновленням спотворених завадами просторових сигнальних груп.

Розглядається оцінка затримки сигналу та напрямку на ДРВ, проте ширина спектра сигналу не визначається.

У [5–7] розглянуто принципи спектрально-просторового аналізу, проведено експериментальні дослідження точності та розглянуто цифровий прямий метод оцінки затримки сигналу та пеленга, який використовує просторову аналітичну реконструкцію сигналу. Дослідження було зосереджено на збільшенні точності методу для оцінки напрямку радіоджерела. Аналітична оптимізація та моделювання були використані для визначення оптимальних значень параметрів алгоритму оцінки. Дослідження показали вплив вибору антенних елементів для реконструкції сигналу на помилки пеленгації за певних умов співвідношення сигнал / шум. Цю модель можна використовувати для подальшого розвитку та оптимізації цього методу радіопеленгації. Однак експериментальну оцінку ширини спектра сигналу не проведено.

У роботі [8] запропоновано метод низької складності для оцінки гіперболічного частотно-модульованого сигналу. Отримано новий апроксимаційний вираз для спектра сигналів. Він покращує звичайну формулу апроксимації з точки зору точності та використовує фазові параметри для оцінки піку амплітуди спектра сигналу. Оскільки запропонований метод усуває процес пошуку сітки, то зменшує складність обчислень. Цей метод має поріг відношення сигнал / шум лише на 2 дБ гірший, ніж сучасний метод, але він має набагато меншу складність для обчислення.

У роботі [9] проаналізовано алгоритми оцінки часу затримки. Вони обмежені неоднозначністю фази розгортання та періодом вибірки. Сигнали сучасних радарів завжди широкосмугові. В дослідженнях замінено оцінку затримки часу на оцінку частоти за допомогою дискретного перетворення Фур'є. Точність цього алгоритму не обмежена періодом вибірки і алгоритм стійкий до низького відношення сигнал / шум. Результати моделювання показали, що алгоритм досягає високої точності оцінки часової затримки за умови певної ширини спектра. Проте методи оцінки ширини спектра сигналу не досліджено.

У роботі [10] запропоновано новий метод оцінки параметрів поліноміальних фазових сигналів. Цей метод використовує для оцінки параметрів фазовий спектр, щоб отримати оцінки параметрів сигналів. Використано стратегію уточнення, щоб уточнити оцінки для досягнення нижньої межі Крамера – Рао. Результати моделювання показали, що цей метод має нижчий поріг відношення сигнал / шум і є менш складним, ніж існуючі методи для поліноміальних фазових сигналів високого порядку.

У роботі [11] запропоновано новий метод оцінки фазових параметрів синусоїдальних частотно-модульованих сигналів. Отримано просту функцію для фазової модуляції вихідного сигналу для отримання нового модульованого сигналу. Амплітудний спектр модульованого сигналу показав, що він

періодично має піки. Оцінено параметри синусоїдальних частотно-модульованих сигналів шляхом визначення положення піків амплітудного спектра. Цей метод має нижчий поріг відношення сигнал / шум, ніж попередні методи. Однак аналітичну оцінку ширини спектра сигналу не проведено.

Таким чином, дослідження принципів спектрально-просторового аналізу та оцінка параметрів спектра радіосигналів для різних умов є актуальним завданням.

Невирішеною частиною загальної проблеми удосконалення методів оцінки параметрів спектра радіосигналів є оцінка ширини спектра сигналів з апіорі невідомими характеристиками.

Метою статті є дослідження принципів спектрально-просторового аналізу та оцінка ширини спектра сигналів з апіорі невідомими характеристиками.

Викладення основного матеріалу. Основні принципи спектрально-просторового аналізу. У радіозв'язку, радіолокації й інших системах передачі інформації сигнали, призначені для передачі повідомлень, можуть маскуватися перешкодами й спотворюватися. Приймач, для якого спотворення повідомлення мінімальні, називається оптимальним, або найкращим у цьому сенсі. Залежно від призначення приймача критерії й кількісні характеристики спотворень можуть бути різними. При обраному критерії та заданих умовах прийому оптимальний приймач визначає мінімальні спотворення повідомлення. Цей мінімальний рівень спотворень часто називають потенційною завадостійкістю [2, 12].

Варто зауважити, що теорія оптимальних методів радіообробки, даючи керівні принципи при конструюванні радіоапаратури й кількісні характеристики оптимальних пристроїв, не виключає творчу ініціативу інженера-розробника. Досить указати, що іноді оптимальні пристрої виявляються практично важко реалізованими. Крім того, інженер повинен прагнути звести до мінімуму апаратні помилки й урахувати низку факторів, що не бралися до уваги при теоретичному розгляді.

Вирішення основних завдань теорії оптимальної обробки базується на добре розроблених методах математичної статистики. Безпосереднє застосування математичної статистики до вирішення прикладних завдань радіотехніки й автоматики було почато роботами А.Н. Колмогорова, Н.Вінера, В.А. Котельникова. У наступні роки як у нас, так і за кордоном було виконано багато важливих досліджень у цій області. Науково-прикладний зміст цих досліджень базується на вирішенні нових складних завдань, спрямованих на вдосконалювання радіотехнічної апаратури.

Під час вирішення завдань теорії оптимальної обробки відповідь має бути отримана на основі попередніх (апіорних) відомостей про коливання, що підлягає прийому, і належної обробки реалізації прийнятого коливання (спостережуваного процесу).

Якби ми не мали жодних попередніх відомостей про сигнал (тобто про його параметри), то його не можна було б відрізнити від будь-якої перешкоди. Навпаки, прийом детермінованого сигналу не доставляє ніякої інформації: якщо заздалегідь відома форма й всі параметри корисного сигналу, те його можна точно відтворити на прийомній стороні. Тому носіями корисної інформації можуть бути тільки невідомі параметри сигналу. Апіорне знання статистики сигналу може бути отримане на основі як самих повідомлень, так і радіосигналів, якщо у минулому існував ансамбль ситуацій, аналогічних умовам даного прийому.

З погляду ступеня апіорних відомостей про сигнал радіозв'язок, телебачення й телекерування відрізняються від радіолокації й радіонавігації. У радіозв'язку, телебаченні й телекеруванні, як правило, переважно відома апіорна статистика сигналу, ніж у радіолокації й радіонавігації.

Порівняно лише з деякими апіорними відомостями про прийняте коливання знання спостерігача про досліджувану ситуацію в результаті аналізу прийнятого коливання збільшується. Знову сформоване знання називається апостеріорним.

Аналіз й обробка прийнятого коливання $\xi(t)$ із метою ухвалення певного рішення може здійснюватися двома методами: дискретним і безперервним.

Якщо спостереження проводиться в частотному діапазоні на окремих частотах (дискретне спостереження), то інформація про прийняті дані буде укладена у випадкових величинах $\xi_1 = \xi_1(jf), \dots, \xi_i = \xi_i(jf), \dots, \xi_m = \xi_m(jf)$, що представляють вибіркові значення прийнятого коливання $\xi(jf)$ на частотах $f_1, \dots, f_i, \dots, f_m$ із інтервалу спостереження $\Delta f : f_0 \leq f \leq f_0 + \Delta f$. Найчастіше дискретні значення ξ_i беруться через рівновіддалені значення, тобто $f_i - f_{i-1} = \Delta = \text{const}, i = 1, 2, \dots, m$.

Вибіркові значення прийнятого коливання $\xi(jf)$ описуються спільною щільністю ймовірності $p_\xi(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_m)$, а відповідні вибіркові значення перешкоди $n(jf)$ – щільністю ймовірності $p_n(n_1, n_2, \dots, n_m)$.

Припустимо поки, що вирабляється дискретне спостереження й сигнал $s(jf, \lambda)$ залежить від одного невідомого безперервного параметра λ (в нашому випадку – ширини смуги частот сигналу

$\lambda = \Delta f$), що має апіорну щільність імовірності $p_{pr}(\lambda)$. Все те, що можна довідатися про параметр λ після прийому коливання $\xi(t)$, є в умовній щільності ймовірності:

$$p_{ps}(\lambda) = p(\lambda | \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_m), \quad (1)$$

що називається апостеріорною щільністю ймовірності.

Цю рівність можна записати ще таким чином:

$$p_{ps}(\lambda) = k \cdot p_{pr}(\lambda) \cdot p(\xi_1, \dots, \xi_m | \lambda), \quad (2)$$

де: k – коефіцієнт, що визначається із умов нормування.

Розглянута як функція від λ , умовна щільність імовірності $p(\xi_1, \dots, \xi_m | \lambda)$, називається функцією правдоподібності. При фіксованих значеннях $\xi_1, \dots, \xi_m$ вона показує, наскільки одне можливе значення параметра λ «більш правдоподібно», ніж інше. Позначимо функцію правдоподібності через $L(\lambda)$:

$$L(\lambda) = p(\xi_1, \dots, \xi_m | \lambda). \quad (3)$$

Тоді формулу (2) можна записати в остаточному вигляді:

$$p_{ps}(\lambda) = k \cdot p_{pr}(\lambda) \cdot L(\lambda). \quad (4)$$

Формула (4), власне кажучи, представляє математичний запис теореми Байєса. Нагадаємо, що теорема Байєса показує, яким чином з апіорних даних і результатів дослідження (аналізу прийнятого коливання) формується апостеріорне знання.

Коли параметр λ дискретний і приймає одне з можливих значень $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\nu$ з апіорними ймовірностями $p_{pr}(\lambda_i)$, $i = 1, 2, \dots, \nu$, тоді апостеріорні ймовірності цих значень будуть визначатись [1]:

$$p_{ps}(\lambda_i) = k \cdot p_{pr}(\lambda_i) \cdot L(\lambda_i), i = 1, 2, \dots, \nu. \quad (5)$$

Формулу (4) можна узагальнити на декілька параметрів. Якщо сигнал залежить від μ утперервних параметрів, тобто $s(jf, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu)$ то формулу (4) варто записати у вигляді [1]:

$$p_{ps}(\lambda_1, \dots, \lambda_\mu) = k \cdot p_{pr}(\lambda_1, \dots, \lambda_\mu) \cdot L(\lambda_1, \dots, \lambda_\mu). \quad (6)$$

З формул (4–6) видно, що при відомих апіорних ймовірностях або густинах ймовірностей знаходження апостеріорних ймовірностей або густин ймовірностей зводиться до обчислення функцій правдоподібності. У тому випадку, коли прийняте коливання в частотній суміші представляє адитивну суміш сигналу й шуму, тобто

$$\xi(jf) = s(jf, \lambda) + n(jf), f_H \leq f \leq f_B, \quad (7)$$

і багатомірні щільності ймовірності шуму $p_n(n_1, n_2, \dots, n_m)$ відомі функції правдоподібності обчислюються порівняно просто. В інших же випадках їхнє обчислення є досить складним завданням.

Надалі обмежимося розглядом того важливого, але часткового випадку, коли прийняте коливання $\xi(jf)$ являє собою адитивну суміш (7) корисного сигналу $s(jf, \lambda)$ і гауссівського білого шуму $n(jf)$. При цьому значення спектральної щільності шуму N передбачається відомим.

Роздивимося найпростіший метод дискретного спостереження, коли відліки беруться через рівновіддалені моменти. Розіб'ємо інтервал частот $[f_H, f_B]$ рівновіддаленими точками $f_1, \dots, f_m$, де $f_i - f_{i-1} = \Delta = \text{const}$, $i = 1, 2, \dots, m$. Позначимо усереднені за елементарний інтервал часу значення коливання $\xi(jf)$ сигналу $s(jf, \lambda)$ і шуму $n(jf)$ через рівняння [2]:

$$\xi_i = \frac{1}{\Delta} \int_{f_i - \Delta}^{f_i} \xi(jf) df, s_i(\lambda) = \frac{1}{\Delta} \int_{f_i - \Delta}^{f_i} s(jf, \lambda) df, n_i = \frac{1}{\Delta} \int_{f_i - \Delta}^{f_i} n(jf) df. \quad (8)$$

Очевидно, що

$$n_i = \xi_i - s_i(\lambda). \quad (9)$$

Будемо вважати, що у виразі для функції правдоподібності (3) фігурують зазначені усереднені значення ξ_i . При цьому маєтсья на увазі, що надалі нас будуть цікавити малі значення Δ та, зокрема, граничний випадок $\Delta \rightarrow 0$.

Запишемо спочатку спільну щільність імовірності для випадкових величин n_i , $i = 1, 2, \dots, m$. Випадкові величини n_i являються нормально розподіленими й, згідно з (8), мають такі характеристики:

$$M\{n_i\} = 0, D_i = M\{n_i^2\} = N/2\Delta, M\{n_i n_k\} = 0 \text{ при } i \neq k.$$

Тому спільна щільність імовірності має вигляд:

$$p_n(n_1, \dots, n_m) = p_1(n_1) \dots p_m(n_m) = \left(\pi \frac{N}{\Delta}\right)^{-\frac{m}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{N} \sum_{i=1}^m n_i^2 \Delta\right\}. \quad (10)$$

Рахуючи, що значення параметра λ фіксоване, підставивши значення n_i з (9) в формулу (3) і враховуючи, що якобіан перетворення від змінних n_i до змінних ξ_i дорівнює одиниці, одержуємо формулу для функції правдоподібності параметра λ :

$$L(\lambda) = p(\xi_1, \dots, \xi_m | \lambda) = p_n(\xi_1 - s_1(\lambda), \dots, \xi_m - s_m(\lambda)). \quad (11)$$

Таким чином, при зазначеному дискретному спостереженні функцію правдоподібності в формулі (5) потрібно вважати рівною

$$L(\lambda) = \left(\pi \frac{N}{\Delta}\right)^{-\frac{m}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{N} \sum_{i=1}^m [\xi(jf_i) - s(jf_i, \lambda)]^2 \Delta\right\}. \quad (12)$$

Якщо параметр λ є дискретним і приймає кілька значень $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\nu$, то в формулу (5) потрібно підставляти функцію правдоподібності при відповідному значенні параметра λ_i .

Шляхом аналогічних міркувань неважко переконатися, що для сигналу, що залежить від декількох параметрів $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu$, функція правдоподібності, що входить у формулу (6), має вигляд

$$L(\lambda_1, \dots, \lambda_\mu) = \left(\pi \frac{N}{\Delta}\right)^{-\frac{m}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{N} \sum_{i=1}^m [\xi(jf_i) - s(jf_i, \lambda_1, \dots, \lambda_\mu)]^2 \Delta\right\}. \quad (13)$$

Розглянемо тепер випадок безперервного спостереження. Щоб перейти до безперервного спостереження, потрібно у формулах (10), (12) і (13) перейти до границі при $\Delta \rightarrow 0$. При цьому інформація про випадковий процес $\xi(jf)$ буде укладена в формі реалізації, тобто в тому, який конкретний вид має функція $\xi(jf)$ на інтервалі $[f_H, f_B]$. Зрозуміло, що при безперервному спостереженні виходять більш точні результати, ніж при дискретному, тому що у випадку неперервного спостереження використовується інформація, що вміщується у всій реалізації $\xi(jf)$, а не тільки в окремих вибіркових значеннях $\xi_1, \dots, \xi_m$. При $\Delta \rightarrow 0$ щільності ймовірності p_ξ і p_n перейдуть у відповідні функціонали густини ймовірності, а функція правдоподібності – у функціонали правдоподібності. Введемо для них такі позначення:

$$p[n(jf)] = \lim_{\substack{\Delta \rightarrow 0 \\ m \rightarrow \infty}} k_\Delta p_n(n_1, \dots, n_m), F(\lambda) = \lim_{\substack{\Delta \rightarrow 0 \\ m \rightarrow \infty}} L(\lambda), \quad (14)$$

де: k_Δ – множник, що залежить тільки від Δ .

Здійснюючи граничний перехід, одержимо

$$\begin{aligned} p[n(jf)] &\rightarrow \exp\left\{-\frac{1}{N} \int_{f_H}^{f_B} n^2(jf) df\right\}, \\ F(\lambda) &\rightarrow \exp\left\{-\frac{1}{N} \int_{f_H}^{f_B} (\xi(jf) - s(jf, \lambda))^2 df\right\}. \end{aligned} \quad (15)$$

Цей вираз показує, що «імовірність реалізації» білого шуму $n(jf)$ залежить тільки від «енергії реалізації» за час спостереження $\int_0^{\Delta f} n^2(jf) df$. Найбільш імовірні реалізації з малими енергіями.

Таким чином, при безперервній обробці формула (4) приймає такий остаточний вигляд:

$$p_{ps}(\lambda) = k \cdot p_{pr}(\lambda) \cdot F(\lambda). \quad (16)$$

В аналогічному вигляді можна записати формулу (6):

$$p_{ps}(\lambda_1, \dots, \lambda_\mu) = k \cdot p_{pr}(\lambda_1, \dots, \lambda_\mu) \cdot F(\lambda_1, \dots, \lambda_\mu), \quad (17)$$

де:

$$F(\lambda_1, \dots, \lambda_\mu) = \exp\left\{-\frac{1}{N} \int_{f_H}^{f_B} (\xi(jf) - s(jf, \lambda_1, \dots, \lambda_\mu))^2 df\right\}. \quad (18)$$

Зазначимо, що співмножники, що стоять перед експонентами у формулах (10), (12) і (13), прагнуть до нуля при $\Delta \rightarrow 0$. Цей результат можна фізично пояснити тим, що за наявності нескінченної множини різних можливих реалізацій безперервного випадкового процесу на інтервалі частот $[f_H, f_B]$ Імовірність одержання однієї з можливих реалізацій, звичайно, дорівнює нулю. Однак при вирішенні основних завдань оптимального прийому доводиться оперувати не із самими функціоналами, а з їхнім відношенням правдоподібності за наявності та відсутності сигналу:

$$I(\lambda) = \frac{L(\lambda)|_{s(jf, \lambda) \neq 0}}{L(\lambda)|_{s(jf, \lambda) = 0}} = \frac{\exp\left\{-\frac{1}{N} \sum_{i=1}^m [\xi(jf_i) - s(jf_i, \lambda)]^2 \Delta\right\}}{\exp\left\{-\frac{1}{N} \sum_{i=1}^m \xi^2(jf_i) \Delta\right\}},$$

$$I(\lambda) = \frac{F(\lambda)|_{s(jf, \lambda) \neq 0}}{F(\lambda)|_{s(jf, \lambda) = 0}} = \frac{\exp\left\{-\frac{1}{N} \int_{f_H}^{f_B} [\xi(jf) - s(jf, \lambda)]^2 df\right\}}{\exp\left\{-\frac{1}{N} \int_{f_H}^{f_B} \xi^2(jf) df\right\}}. \quad (19)$$

Алгоритм аналізу ширини смуги частот сигналу з відомим енергетичним спектром та з відомого напрямку.

Отже нехай необхідно оцінити ширину спектра радіосигналу $S(t, \lambda, \varphi(f))$ з невідомим фазовим спектром. Сигнал приймається з відомого напрямку θ_0 в адитивній суміші $U(t)$ зі статистично незалежним білим гауссовим шумом $n(t)$ впродовж часового інтервалу $t \in [0, T_a]$. Шум $n(t)$ і сигнал $S(t, \lambda, \varphi(f))$ є обмеженими за смугою частот $\{f_H, f_B\}$ [12].

Нехай амплітудний спектр радіосигналу є відомим. Його обвідна є гауссовою функцією:

$$S(f) = S_0 \cdot \exp\left[-\pi / 2 \left(\frac{f - f_0}{\Delta f_0}\right)^2\right], \quad (20)$$

де: f_0 – середня частота спектра, $f_H < f_0 < f_B$;

$$\Delta f_0 = \int_{f_H}^{f_B} S^2(f) \cdot df \text{ – значення ширини спектра;}$$

S_0 – максимум обвідної спектра.

Задача аналізу ширини спектра визначається в комплексі. Тому зазвичай за результатами операцій пошуку і виявлення визначається частота f_e , на якій рівень сигналу максимальний. Таку частоту доцільно називати екстремальною, бо на ній забезпечується екстремальне значення частотно-залежної спектральної густини потужності. Максимально правдоподібна оцінка ширини спектра $\Delta \hat{f}$, яка відповідає максимуму логарифма функціонала правдоподібності, визначається системою рівнянь:

$$\Delta \hat{f}_1 = \max\left\{\frac{2}{N} \int_{f_e}^{f_B} \operatorname{Re}\left\{U_1(jf, \theta) \cdot S_1^*(jf, \theta_0, \Delta f) - \frac{1}{2} S_1^2(jf, \theta, \Delta f)\right\} df\right\} = \max(q_{S1}),$$

$$\Delta \hat{f}_2 = \max\left\{\frac{2}{N} \int_{f_H}^{f_e} \operatorname{Re}\left\{U_2(jf, \theta) \cdot S_2^*(jf, \theta_0, \Delta f) - \frac{1}{2} S_2^2(jf, \theta, \Delta f)\right\} df\right\} = \max(q_{S2}), \quad (21)$$

де $\Delta \hat{f}_1$ та $\Delta \hat{f}_2$ – оцінка значення ширини спектра відповідно правої і лівої частини спектра;

$S_1(jf, \theta, \Delta f)$, $S_2(jf, \theta, \Delta f)$ – очікуваний спектр сигналу з відомого напрямку;

q_{S1} та q_{S2} – сигнальні функції.

За системою рівнянь (21) визначено алгоритм для оцінки ширини спектра Δf_0 . Основною операцією алгоритму є оцінка спектрально-просторовою кореляційної функції:

$$K(jf) = \int_{f_H}^{f_B} U(jf, \theta) \cdot S^*(jf, \theta, \Delta f) df,$$

де Δf – очікуване значення для ширини спектра.

На сьогодні доцільно спектральний аналіз реалізовувати в цифровій формі з використанням, наприклад, швидкого перетворення Фур'є (ШПФ). В цьому випадку рівняння (21) приймуть вигляд:

$$\begin{aligned}\Delta \hat{f}_1 &= \max\left\{\sum_{K=f_E}^{f_B} \operatorname{Re}[(U_1(jf_K, \theta_K) \cdot S_1^*(jf_K, \theta_0, \Delta f) - \frac{1}{2} S_1^2(jf_K, \theta_K, \Delta f))]\right\} = \max(q_{s1}), \\ \Delta \hat{f}_2 &= \max\left\{\sum_{K=f_E}^{f_H} \operatorname{Re}[(U_2(jf_K, \theta_K) \cdot S_2^*(jf_K, \theta_0, \Delta f) - \frac{1}{2} S_2^2(jf_K, \theta_K, \Delta f))]\right\} = \max(q_{s2}).\end{aligned}\quad (22)$$

Дані рівняння (22) оцінки відповідають режиму радіомоніторингу зареєстрованих засобів, тобто у яких ми знаємо координати та форму спектра. На основі рівняння (22) був синтезований алгоритм оцінки ширини спектра Δf , що представлений на рисунку 1. З цього рисунка видно, що алгоритм зводиться до обчислення сигнальних функцій і знаходження їхніх максимумів, що будуть відповідати найбільш правдоподібним значення ширини спектра. Загальна смуга частот буде складатися з суми смуг частот, знайдених за максимумами сигнальних функцій.

Алгоритм аналізу ширини смуги частот сигналу з невідомого напрямку.

Тепер нехай необхідно оцінити ширину спектра радіосигналу $S(t, \lambda, \varphi(f))$, що приймається з невідомого напрямку θ_0 з невідомим фазовим спектром. Амплітудний спектр корисного радіосигналу як і в попередньому випадку відомий. Його обвідна (20) є гауссовою функцією. Розв'яжемо цю задачу також в частотній області визначення, використовуючи метод максимуму функціонала правдоподібності[2].

В загальному випадку сигнальна функція q_s дорівнює:

$$q_s = \sum_{K=f_H}^{f_B} \operatorname{Re}[(U_1(jf_K, \theta_K) \cdot S_1^*(jf_K, \theta_0, \Delta f) - \frac{1}{2} S_1^2(jf_K, \theta_K, \Delta f))].\quad (23)$$

У випадку, коли напрямок приходу випромінювання невідомий, пеленг необхідно оцінювати в ході обробки прийнятої суміші. В цьому випадку ліву частину суми (23) розіб'ємо на квадратурні складові.

Тоді рівняння (23) прийме вигляд:

$$\begin{aligned}q_s &= \left[\sum_{K=f_H}^{f_B} [(U_1(jf_K, \theta_K) \cdot S_1(jf_K, \theta_0, \Delta f) \cdot \cos(\theta))] \right]^2 + \\ &+ \left[\sum_{K=f_H}^{f_B} [(U_1(jf_K, \theta_K) \cdot S_1(jf_K, \theta_0, \Delta f) \cdot \sin(\theta))] \right]^2 - \sum_{K=f_H}^{f_B} \frac{1}{2} S_1^2(jf_K, \theta_K, \Delta f)\end{aligned}$$

Таким чином алгоритм оцінки ширини спектра Δf з невідомим напрямом буде виражатися наступною системою рівнянь:

$$\begin{aligned}\Delta \hat{f}_1 &= \max\left\{\left[\sum_{K=f_E}^{f_B} [(U_1(jf_K, \theta_K) \cdot S_1(jf_K, \theta_0, \Delta f) \cdot \cos(\theta))] \right]^2 + \right. \\ &+ \left[\sum_{K=f_E}^{f_B} [(U_1(jf_K, \theta_K) \cdot S_1(jf_K, \theta_0, \Delta f) \cdot \sin(\theta))] \right]^2 - \\ &- \sum_{K=f_E}^{f_B} \frac{1}{2} S_1^2(jf_K, \theta_K, \Delta f)\left\} = \max(q_{s1}) \\ \Delta \hat{f}_2 &= \max\{q_s = \left[\sum_{K=f_E}^{f_H} [(U_1(jf_K, \theta_K) \cdot S_1(jf_K, \theta_0, \Delta f) \cdot \cos(\theta))] \right]^2 + \right. \\ &+ \left[\sum_{K=f_E}^{f_H} [(U_1(jf_K, \theta_K) \cdot S_1(jf_K, \theta_0, \Delta f) \cdot \sin(\theta))] \right]^2 - \\ &- \sum_{K=f_E}^{f_H} \frac{1}{2} S_1^2(jf_K, \theta_K, \Delta f)\left\} = \max(q_{s2})\end{aligned}\quad (24)$$

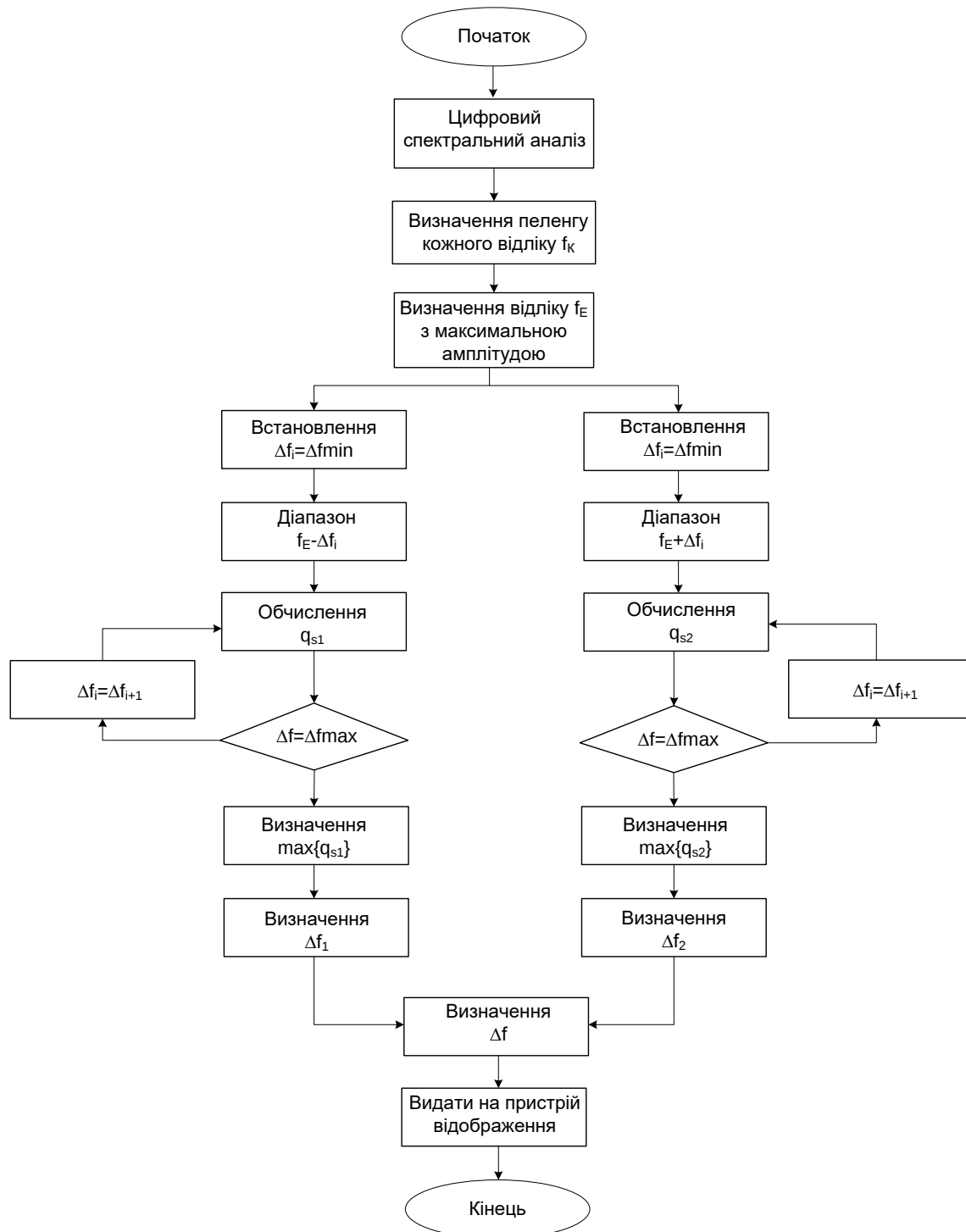


Рис. 1. Синтезований алгоритм оцінки ширини спектра

Алгоритм аналізу ширини смуги частот сигналу з невідомими характеристиками. Нехай необхідно оцінити ширину спектра радіосигналу $S(t, \lambda, \varphi(f))$ з невідомим фазовим спектром, що приймається з невідомого напрямку θ_0 та в адитивній суміші $U(t)$ зі статистично незалежним білим гауссовим шумом $n(t)$ впродовж часового інтервалу $t \in [0, T_a]$. Шум $n(t)$ і сигнал $S(t, \lambda, \varphi(f))$ є обмеженими за смугою частот $\{f_n, f_e\}$ [12]. Нехай обвідна спектра корисного сигналу є також невідомою.

Розглянемо це питання в частотній області визначення з використанням обробки спектра суміші $U(t)$, використовуючи метод максимуму функціонала правдоподібності.

В цьому випадку кожна спектральна складова випромінювання від одного ДРВ буде мати приблизно однаковий пеленг, і тому при сумуванні модулів даних спектральних складових будуть складатися синфазно. А за межами смуги частот випромінювання модулів спектральних складових будуть складатися не в фазі і їх середнє значення в результаті буде дорівнювати нулю, оскільки пеленг шуму розподілений рівномірно від міну -180° до $+180^\circ$.

І враховуючи те, що спектр випромінювання може приймати довільну форму рівномірно, то за викладеними вище принципами знаходимо найбільш правдоподібну оцінку ширини смуги частот:

$$\Delta \hat{f}_1 = \max(q_{s1}) = \max \left\{ \left(\sum_{f_E}^{f_B} U(w) \cdot \cos \theta(w) \right)^2 + \left(\sum_{f_E}^{f_B} U(w) \cdot \sin \theta(w) \right)^2 - \frac{1}{2} \sum_{f_E}^{f_B} U^2(w) \right\},$$

$$\Delta \hat{f}_2 = \max(q_{s2}) = \max \left\{ \left(\sum_{f_E}^{f_H} U(w) \cdot \cos \theta(w) \right)^2 + \left(\sum_{f_E}^{f_H} U(w) \cdot \sin \theta(w) \right)^2 - \frac{1}{2} \sum_{f_E}^{f_H} U^2(w) \right\}. \quad (25)$$

Висновки. За наявності нескінченної множини різних можливих реалізацій безперервного випадкового процесу на певному інтервалі частот імовірність одержання однієї з можливих реалізацій, звичайно, дорівнює нулю. Однак при вирішенні основних завдань оптимального прийому доводиться оперувати не із самими функціоналами, а з їхнім відношенням, зокрема з відношенням правдоподібності. Відношення правдоподібності являє собою відношення функцій (при дискретній обробці) або функціоналів (при неперервній обробці) правдоподібності за наявності й відсутності сигналу.

В результаті теоретичного аналізу було запропоновано алгоритми аналізу ширини смуги частот сигналу для випадків сигналу з відомим енергетичним спектром та з відомого напрямку, з невідомого напрямку та з невідомими характеристиками. Максимально правдоподібна оцінка значення ширини спектра така, що забезпечує максимум логарифма функціонала правдоподібності. Розроблений алгоритм зводиться до обчислення сигнальних функцій і знаходження їхніх максимумів, що будуть відповідати найбільш правдоподібним значенням ширини спектра. Загальна смуга частот буде складатися з суми смуг частот, знайдених за максимумами сигнальних функцій. Отримано найбільш правдоподібні оцінки ширини смуги частот. Результати досліджень можна використати для розробки систем радіомоніторингу, що функціонують у складних умовах невизначеності параметрів сигналів та завантаженості ефіру, наприклад, в умовах міста.

Виконані дослідження є продовженням роботи з удосконалення систем радіомоніторингу. В подальшому необхідно виконати експериментальні дослідження розроблених алгоритмів.

Список використаної літератури:

1. Rembovsky A.M. Radio monitoring / A.M. Rembovsky, A.V. Ashikhmin, V.A. Kozmin. – Springer, 2019. – 467 p.
2. Слободянюк П.В. Довідник з радіомоніторингу / П.В. Слободянюк, В.Г. Благодарний, В.С. Ступак ; під. заг. ред. П.В. Слободянюка. – Ніжин : ТОВ «Аспект-Поліграф», 2008. – 588 с.
3. Improving the accuracy and performance speed of the digital spectral-correlation method for measuring delay in radio signals and direction finding / A.Sabibolda, V.Tsymporenko, V.Tsymporenko and other // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2022. – Vol. 1, No. 9 (115). – P. 6–14. DOI: 10.15587/1729-4061.2022.252561.
4. Improving the accuracy of a digital spectral correlation-interferometric method of direction finding with analytical signal reconstruction for processing an incomplete spectrum of the signal / N.Smailov, V.Tsymporenko, A.Sabibolda and other // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2023. – Vol. 5, No. 9 (125). – P. 14–25. DOI: 10.15587/1729-4061.2023.288397.
5. Streamlining digital correlation-interferometric direction finding with spatial analytical signal / N.Smailov, V.Tsymporenko, A.Sabibolda and other // Informatyka, Automatyka, Pomiary W Gospodarce I Ochronie Środowiska. – 2024. – № 14 (3). – P. 43–48. DOI: 10.35784/iapgos.6177.
6. Ципоренко В.В. Експериментальне дослідження точності безпошукових методів спектрального кореляційно-інтерферометричного радіопеленгування / В.В. Ципоренко, В.Г. Ципоренко, В.В. Чухов // Технічна інженерія. – 2023. – № 2 (92). – С. 199–206.
7. Цифровий спектрально-кореляційний метод оцінки затримки прийому радіосигналу та пеленгування / В.Г. Ципоренко, В.В. Ципоренко, А.В. Андреев, А.М. Сабіболда // Технічна інженерія. – 2021. – № 2 (88). – С. 113–121.
8. Xu X. A Low Complexity Estimator of Hyperbolic Frequency Modulated Signals / X.Xu, X.Jiang // IEEE Signal Processing Letters. – 2023. – Vol. 30. – P. 1797–1801. DOI: 10.1109/LSP.2023.3338057.
9. High-Precision Time Delay Estimation Algorithm of Wideband Signal with Low Signal-to-noise Ratio / Y.Jian, L.Jian, Z.Jun and other // IEEE 2nd International Conference on Information Communication and Signal Processing (ICICSP). – Weihai, China, 2019. – P. 126–129. DOI: 10.1109/ICICSP48821.2019.8958581.
10. Jiang X. A Novel Parameter Estimation for Polynomial Phase Signals Using the Spectrum Phase / X.Jiang, S.Wu // IEEE Signal Processing Letters. – 2020. – Vol. 27. – P. 1919–1923. DOI: 10.1109/LSP.2020.3032895.
11. Parameter Estimation for Sinusoidal Frequency-Modulated Signals Using Phase Modulation / X.Jiang, S.Wu, Y.Chen, L.Qiu // IEEE Signal Processing Letters. – 2021. – Vol. 28. – P. 76–80. DOI: 10.1109/LSP.2020.3045881.

12. Ципоренко В.Г. Аналіз ширини спектра радіосигналу з невідомим фазовим спектром / В.Г. Ципоренко // Вісник ЖДТУ. Технічні науки. – 2011. – № 4 (59). – С. 106–111.

References:

1. Rembovsky, A.M., Ashikhmin, A.V. and Kozmin, V.A. (2019), *Radio monitoring*, Springer, 467 p.
2. Slobodianiuk, P.V., Blahodarnyi, V.H. and Stupak, V.S. (2008), «Dovidnyk z radiomonitorynhu», in Slobodianiuk, P.V. (ed.), TOV «Aspekt-Polihraf», Nizhyn, 588 p.
3. Sabibolda, A., Tsymporenko, V., Tsymporenko, V. et al. (2022), «Improving the accuracy and performance speed of the digital spectral-correlation method for measuring delay in radio signals and direction finding», *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, Vol. 1, No. 9 (115), pp. 6–14, doi: 10.15587/1729-4061.2022.252561.
4. Smailov, N., Tsymporenko, V., Sabibolda, A. et al. (2023), «Improving the accuracy of a digital spectral correlation-interferometric method of direction finding with analytical signal reconstruction for processing an incomplete spectrum of the signal», *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, Vol. 5, No. 9 (125), pp. 14–25, doi: 10.15587/1729-4061.2023.288397.
5. Smailov, N., Tsymporenko, V., Sabibolda, A. et al. (2024), «Streamlining digital correlation-interferometric direction finding with spatial analytical signal», *Informatyka, Automatyka, Pomiar W Gospodarce I Ochronie Środowiska*, No. 14 (3), pp. 43–48, doi: 10.35784/iapgos.6177.
6. Tsymporenko, V.H., Tsymporenko, V.H. and Chukhov, V.V. (2023), «Eksperymentalne doslidzhennia tochnosti bezposhukovykh metodiv spektralnoho koreliatsiino-interferometrychnoho radiopelenhuvannia», *Tekhnichna inzheneriia*, No. 2 (92), pp. 199–206.
7. Tsymporenko, V.H., Tsymporenko, V.V., Andreev, A.V. and Sabibolda, A.M. (2021), «Tsyfrovyi spektralno-koreliatsiinyi metod otsinky zatrymky pryomu radiosyhnalu ta pelenhuvannia», *Tekhnichna inzheneriia*, No. 2 (88), pp. 113–121.
8. Xu, X. and Jiang, X. (2023), «A Low Complexity Estimator of Hyperbolic Frequency Modulated Signals», *IEEE Signal Processing Letters*, Vol. 30, pp. 1797–1801, doi: 10.1109/LSP.2023.3338057.
9. Jian, Y., Jian, L., Jun, Z. et al. (2019), «High-Precision Time Delay Estimation Algorithm of Wideband Signal with Low Signal-to-noise Ratio», *IEEE 2nd International Conference on Information Communication and Signal Processing (ICICSP)*, Weihai, China, pp. 126–129, doi: 10.1109/ICICSP48821.2019.8958581.
10. Jiang, X. and Wu, S. (2020), «A Novel Parameter Estimation for Polynomial Phase Signals Using the Spectrum Phase», *IEEE Signal Processing Letters*, Vol. 27, pp. 1919–1923, doi: 10.1109/LSP.2020.3032895.
11. Jiang, X., Wu, S., Chen, Y. and Qiu, L. (2021), «Parameter Estimation for Sinusoidal Frequency-Modulated Signals Using Phase Modulation», *IEEE Signal Processing Letters*, Vol. 28, pp. 76–80, doi: 10.1109/LSP.2020.3045881.
12. Tsymporenko, V.H. (2011), «Analiz shyryny spektra radiosyhnalu z nevidomym fazovym spektrom», *Visnyk ZhDTU. Tekhnichni nauky*, No. 4 (59), pp. 106–111.

Ципоренко Віталій Валентинович – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри комп'ютерних технологій у медицині та телекомунікаціях Державного університету «Житомирська політехніка».

<http://orcid.org/0000-0001-8559-006X>.

Наукові інтереси:

- радіомоніторинг;
- цифрова обробка сигналів.

E-mail: krt_cvv@ztu.edu.ua.

Ципоренко Валентин Григорович – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри комп'ютерних технологій у медицині та телекомунікаціях Державного університету «Житомирська політехніка».

<http://orcid.org/0000-0002-6843-8960>.

Наукові інтереси:

- радіомоніторинг;
- цифрова обробка сигналів.

E-mail: org_tsvg@ztu.edu.ua.

Чухов Владислав Вікторович – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри комп'ютерних технологій у медицині та телекомунікаціях Державного університету «Житомирська політехніка».

<http://orcid.org/0000-0001-7782-9077>.

Наукові інтереси:

- обробка НВЧ сигналів;
- радіовимірювання в НВЧ.

E-mail: mps_cvv@ztu.edu.ua.

Андрєєв Олександр Володимирович – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри комп'ютерних технологій у медицині та телекомунікаціях Державного університету «Житомирська політехніка».

<https://orcid.org/0000-0002-2601-1491>.

Наукові інтереси:

- завадостійкі методи передачі даних;
- цифрова обробка сигналів;
- IoT-технології.

E-mail: krt_aov@ztu.edu.ua.

Tsyoporenko V.V., Tsyoporenko V.G., Chukhov V.V., Andreiev O.V.

Research on the principles of spectral-spatial analysis and estimation of signal spectrum width

If there is an infinite set of different possible realizations of a continuous random process on a certain frequency interval, the probability of obtaining one of the possible realizations is, of course, zero. However, when solving the main tasks of optimal reception, one has to operate not with the functionals themselves, but with their ratio, in particular with the reliable ratio. The reliable ratio is the ratio of the functions (in discrete processing) or functionals (in continuous processing) of the likelihood in the presence and absence of a signal. As a result of the theoretical analysis, algorithms for analyzing the signal bandwidth were proposed for cases of a signal with a known energy spectrum and from a known direction, from an unknown direction and with unknown characteristics. The most likely estimate of the spectrum width value was obtained, which provides the maximum of the logarithm of the reliable functional. The developed algorithm is reduced to calculating the signal functions and finding their maxima, which will correspond to the most likely values of the spectrum width. The total frequency band will consist of the sum of the frequency bands found by the maxima of the signal functions. The most plausible estimates of the signal spectrum width are obtained. Using the method of the maximum reliable functional in the frequency domain of determination, when the spectrum of the received mixture of radio emissions is to be processed, the problem of estimating the spectral width of an unknown signal received from an unknown direction is solved. In this case, each spectral component of radiation from one source of radio emissions will have approximately the same bearing and therefore, when summed, the modules of these spectral components will be added in phase. Outside the emission frequency band, the modules of the spectral components will be added out of phase and their average value as a result will be equal to zero, since the noise bearing is distributed with equal probability from -180° to $+180^\circ$.

Keywords: spectral analysis; spatial method; maximum reliable estimation; spectrum width.

Стаття надійшла до редакції 28.03.2025.