

Математична модель похибок вимірювання міжкадрового зсуву вимірювальної мітки на об'єкті спостереження по відео з web-камери

У статті описано та досліджено математичну модель похибок для оцінювання потенційної точності вимірювання зміни просторового положення вимірювальної мітки об'єкта автоматичного управління по сусідніх кадрах відеопотоку з відеокамери, що спостерігає мітку на об'єкті. Розглядається випадок, коли web-відеокамера встановлена на відстані порядку десятків сантиметрів від вимірювальної мітки. Міткою є лімб поворотного механізму наземної антенної системи космічної радіолінії зв'язку X-діапазону. За змінами положення зображення на сусідніх кадрах відеопотоку вимірюється зсув шкали лімба. Зсув розраховується шляхом обчислення положення максимуму взаємної кореляційної функції сигналу відповідних рядків сусідніх кадрів. Зсув шкали перераховується у зміну кутового положення антени.

Наведено математичні залежності для оцінювання потенційно досяжної точності вимірювання зміни положення вимірювальної мітки залежності від умов спостереження. Розрахунок для дешевої web-відеокамери необхідних даних про максимально припустиму освітленість елементів матриці та СКВ шуму у напрузі сигналу, які не зазначаються у документах виробника, проведений за оригінальною методикою.

У статті наведено міркування щодо використання міжрядкового накопичення відеосигналу від мітки, що являє собою вертикальні риси лімба. Зроблений висновок, що таке накопичення за умови гарного штучного освітлення не є доцільним з причини зростання математичного сподівання флуктуаційних шумів матриці.

Наводяться приклади розрахунків для відеокамери, що спостерігає азимутальний лімб опорно-поворотного пристрою антенної системи наземної станції космічної радіолінії зв'язку. Для розглянутої конструкції безконтактного датчика на основі дешевої web-відеокамери розраховано оцінку потенційної похибки повороту антени, що складає трохи більше 0,2 кутових секунд. Вплив на оптичний сигнал шару повітря між камерою та міткою, вібрації, похибки механізму повороту та спектральні розбіжності відеосигналу не враховувалися. Стаття може стати в нагоді конструкторам оптико-електронних приладів для дистанційного безконтактного вимірювання просторового положення об'єктів.

Ключові слова: датчик дистанційного вимірювання; похибки вимірювання просторового положення; цифрове зображення; кадр відеопотоку; web-камера; матричний CMOS світлоприймач; об'єктив; радіометричні розрахунки; лінійні викривлення на зображеннях; кореляційна обробка сигналів; об'єкт управління; космічна радіолінія; антенна система.

Вступ. У сучасних системах автоматичного управління механічними об'єктами в специфічних умовах використовуються безконтактні датчики просторового положення фізичного об'єкта на основі сучасних відеокамер з матричним світлоприймачем. Зміни просторового положення об'єкта управління (зсув, поворот тощо) оцінюються на основі положення спеціальних міток на сусідніх кадрах відеопотоку за допомогою цифрових методів обробки зображень та фотограмметрії. Зміни просторового положення мітки на кадрах відеопотоку перераховують фотограмметричними методами у зміни просторового положення об'єкта управління.

Побудова таких датчиків на основі сучасних дешевих відеокамер надає низку переваг: відсутність механічного контакту з об'єктом управління, дистанційне вимірювання просторового положення об'єкта, дешевизна реалізації тощо. Одночасно проєктування такого датчика (вибір елементів та конструкції) вимагає розв'язання задачі досягнення певних вимог до точності вимірювання цим датчиком. Відповідно постала актуальна наукова задача створення математичної моделі похибок для оцінювання потенційної точності вимірювання зміни просторового положення вимірювальної мітки об'єкта автоматичного управління по сусідніх кадрах відеопотоку з відеокамери, що спостерігає мітку на об'єкті.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Базові методи та алгоритми обробки зображень розглянуто у роботах Gonzalez and Richard E. Woods [1], David Forsyth, Jean Ponce [2], Bernd Jeahn [3].

У [4] розглядаються основні алгоритми, методи та практичні прийоми фільтрації та радіометричних перетворень цифрових зображень. Розглянуто принципи корегування геометричних викривлень цифрових зображень, що виникають у процесі знімання. В [5] розкривається приклад конструкції безконтактного датчика кутового положення опорно-повертального пристрою вузькоспрямованої антени

космічної радіолінії зв'язку та приведено результати експериментальної оцінки точності для цього датчика.

Багато уваги питанням точності вимірювань по цифрових відеозображеннях приділив Ю.О. Подчашинський. Так в [6] розглянуто геометричні похибки визначення координат об'єктів системами дистанційного вимірювання, які обумовлено дисторсією відеозображень в оптичній системі та похибками орієнтації та розташування об'єкта відносно цифрової відеокамери. На основі дослідження математичної моделі таких геометричних похибок доведено можливість алгоритмічної компенсації сталої складової геометричних похибок та підвищення точності вимірювання геометричних параметрів об'єктів відеоспостереження. В [7] розглянуто можливості підвищення точності вимірювань параметрів обертового руху різноманітних елементів технічних пристроїв (тіл обертання). Підвищення точності вимірювань базується на алгоритмічній обробці двовимірної вимірювальної інформації за рахунок лінійної апроксимації. У [8] розглянуто основні програмно-алгоритмічні методи та обчислювальні аспекти виконання операцій геометричних перетворень, що використовуються під час визначення геометричних параметрів об'єктів відеоспостереження та аналітичного опису параметрів руху об'єктів на основі афінних перетворень. Розглянуто та проаналізовано способи проведення потрібних обчислень. В [9] описується реалізована система дистанційного вимірювання, де на цифрових відеозображеннях шляхом лінійної апроксимації визначається кут нахилу мітки, що нанесена на корпус чутливого елемента навігаційної системи. Ці дані використовуються для просторового калібрування для підвищення точності навігаційної системи. В [11] запропоновано метод та структурну схему інформаційно-вимірювальної системи визначення параметрів руху об'єктів. Для підвищення точності вимірювань параметрів руху застосовано комплексування двох вимірювальних каналів та експоненціальне згладжування цифрових відліків. Надано рекомендації щодо вибору розміру зображень та величини міжкадрового інтервалу. Доведено, що завдяки безконтактному вимірюванню параметрів руху можна забезпечити контроль за процесом і підвищити якість кінцевих виробів. У [12] розглядається зв'язок математичних моделей відеозображень з вимірювальною інформацією про геометричні параметри об'єктів. Запропоновано метод визначення параметрів цих моделей та отримано експериментальні результати на прикладі відеозображень у системі контролю якості.

Автори Й.Й. Білінський та І.В. Сухоцька [10] пропонують алгоритм визначення та контролю геометричних параметрів малогабаритних об'єктів складної форми шляхом знаходження субпіксельних координат на зображенні. Розрахована сумарна похибка, що виникає під час вимірювального перетворення в системі відеоспостереження, склала 0,089 від розміру пікселя.

В роботі групи французьких авторів [13] запропоновано загальну методологію для оцінки метрологічних характеристик алгоритмів кореляційної обробки зображень. Ідентифіковано різні режими помилок, для яких обговорюється залежність невизначеності від параметрів алгоритмів.

На сайті компанії «Correlated Solutions, Inc.» (США) [14] приводяться характеристики високоточного вимірювального приладу VIC-3D, який виконує геометричні вимірювання повної тривимірної форми, переміщення та деформації на основі принципу цифрової кореляції зображень за двома відеопотоками в стереорежимі. VIC-3D вимірює довільні зміщення з точністю до нанометрів (залежно від поля зору). Можливі розміри об'єктів від 1 мм до 100 мм.

Метою дослідження є розробка та дослідження математичної моделі похибок для оцінювання потенційної точності вимірювання зміни просторового положення вимірювальної мітки об'єкта автоматичного управління по сусідніх кадрах відеопотоку з відеокамери, що спостерігає мітку на об'єкті. Результатом дослідження також є рекомендації щодо вибору елементів та параметрів конструкції дистанційного датчика положення вимірювальної мітки.

Викладення основного матеріалу. Побудова датчика дистанційного вимірювання просторового положення об'єкта спостереження для високоточних систем вимагає висування певних вимог до конструкції і параметрів складових датчика: відеокамери, міток, а також до методів і алгоритмів обробки кадрів відеопотоку. Вимоги до конструкції і параметрів складових датчика визначаються на основі вимог до характеристик його точності з боку системи автоматичного управління, елементом якої він є. Такими характеристиками зазвичай є точність визначення векторів координат і швидкості переміщення вимірювальних міток на поверхні об'єкта спостереження. Точність вимірювань прийнято оцінювати у розумінні похибок вимірювання. Зазвичай в автоматичних системах управління загальну похибку поділяють на такі складові: динамічну похибку, що спричинена зміною стану або положення об'єкта, та статичну похибку, яка своєю чергою має постійну та випадкову складові. Для детермінованих об'єктів управління випадковою складовою динамічної частини сумарної похибки зазвичай нехтують.

В подальшому тексті теоретичне обґрунтування математичної моделі похибок буде зосереджене та буде ілюструватися на прикладі датчика дистанційного вимірювання кутового положення наземної антенної системи радіоканалу зв'язку з космічним апаратом в Х-діапазоні (рис. 1). Для такої системи вимоги до точності кутового наведення антени надаються в одиницях кутових хвилин: для зазначеного

прикладу припустима похибка наведення має бути не більше $6'$ [5]. З огляду на усі складові похибки наведення антени розумно вимагати від датчика кутового положення похибки вимірювання не більше $0,6'$.

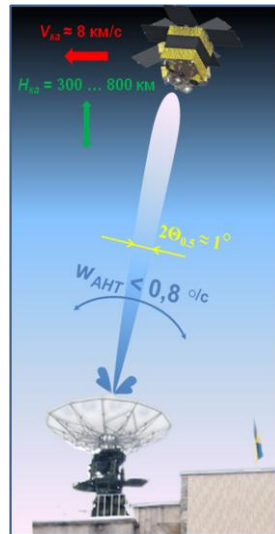


Рис. 1. Геометричні умови управління наземною антенною системою радіоканалу зв'язку з космічним апаратом

Безконтактний датчик кута повороту антени побудований на основі звичайної web-камери із з'єднанням по бездротовій мережі Wi-Fi, яка спостерігає лімб опорно-повертального пристрою (ОПП) наземної антенної системи (АС) радіоканалу зв'язку з космічним апаратом (КА), що здійснює орбітальний рух на низькій навколосезній орбіті. Камера встановлюється жорстко на кронштейні напроти лімбу обертання антени по азимуту або куту місця [5]. З метою отримання контрастного зображення здійснюється підсвічування лімбу світлодіодним прожектором. Лімб є вимірювальною міткою і являє собою матовану алюмінієву смугу з чорними вертикальними градусними мітками, товщиною 0,5 мм з кроком 4,3633 мм (рис. 2). Діаметр лімбу $D_{\text{л}} = 0,5$ м. Для ручного точного націлювання антени є ноніусна шкала.



Рис. 2. Зображення азимутального лімбу опорно-повертального пристрою антенної системи та встановленої web-камери

Основні характеристики типової для web-відеокамер світлочутливої CMOS матриці OV5640 (OmniVision), які наведені у документації виробника, представлені у таблиці 1.

Між камерою та поверхнею лімбу повітряний шар без домішок та опадів. Камера встановлена так, щоб напрямок рядків на кадрах відеопотоку збігався з напрямком пересування лімбу. Тобто, напрямок рядків на кадрах має бути перпендикулярним до рисок на лімбі (рис. 3). Синім прямокутником на рисунку 3 позначені межі вікна оцінювання для одного кадру. Червона риска – поточна оцінка положення риски лімбу, що створена програмою обробки.

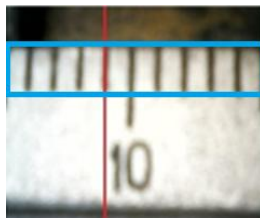


Рис. 3. Кадр відеопотоку з камери

Таблиця 1

Основні характеристики світлочутливої CMOS матриці OV5640

Характеристика	Значення
Розмір активного масиву	2592 × 1944
Вихідні формати	8/10 біт RGB, RAW
Розмір лінзи	1/4"
Кут поля зору (CRA)	24°
Вхідна тактова частота	6–27 МГц
Максимальне співвідношення сигнал / шум	36 дБ
Динамічний діапазон	68 дБ в разі 8-кратного посилення
Максимальна швидкість передачі зображення (кадрів в секунду): QSXGA (2592x1944) 1080p 1280x960 720p VGA (640x480) QVGA (320x240)	15 30 45 60 90 120
Чутливість	600 мВ/люкс-сек
Затвор	рухомий затвор / кадрова експозиція
Максимальний інтервал експозиції	1964 × t_{row}
Розмір пікселя	1,4 мкм × 1,4 мкм
Темновий струм	8 мВ/с за умови 60 °C температури переходу
Площа зображення	3673,6 мкм × 2738,4 мкм

Відеопотоки зображень вводяться в комп'ютер управління, де здійснюється виділення сусідніх кадрів потоку, усереднення значень пікселів за стовбцями у вікні аналізу, швидке обчислення взаємної кореляційної функції зображень з сусідніх кадрів та знаходження відносного зсуву їх максимумів. Знайдені значення відносного зсуву перераховуються у відносний кутовий зсув та в абсолютні значення кутового положення антенної системи. Обчислене кутове положення вводиться до алгоритму автоматизованої системи управління як виміряні значення.

Був проведений натурний експеримент, який довів, що створений на основі дешевої web-відеокамери датчик дистанційного вимірювання кута повороту наземної антенної системи радіоканалу зв'язку з космічним апаратом задовольняє практичні вимоги щодо його точності. В експерименті web-відеокамера працювала в режимі з розміром кадрів 320 × 240 пікселів. Експериментально оцінена середньоквадратична похибка вимірювання склала 3,96'.

Результати експерименту спонукали до подальшого дослідження щодо можливостей підвищення точності такого способу вимірювання кута повороту та розширення цього способу вимірювання на застосування в інших класах об'єктів управління та для вимірювання інших просторових параметрів. Такі об'єкти управління можуть знаходитися в середовищі з несприятливими умовами та на значних дистанціях. Зрозуміло, що таке застосування потребуватиме проектувальних розрахунків щодо вибору відеокамери за характеристиками та розрахунків щодо її розміщення відносно об'єкта з урахуванням умов спостереження. Тому основна увага дослідження приділена саме визначенню зв'язків характеристик точності датчиків з параметрами складових датчика на основі web-відеокамери та умовами його роботи.

Параметрами та характеристиками датчика, що розглянуті є такі. Для відеокамери – це кількість елементів CMOS матриці світлоприймача в рядках – M та стовбцях – K , фокусна відстань об'єктиву камери f [м] та вхідний отвір об'єктива D [м] або відносний отвір об'єктива $A = D/f$, або кут зору об'єктива 2β , чутливість V [мВ/Лк·с] або енергетична чутливість V_e [мкВ/-е] та динамічний діапазон – DD [дБ] CMOS матриці, максимальне відношення сигнал/шум розрядність АЦП – J , частота кадрів $\nu_{\text{кадр}}$ [1/с], освітленість E [Лк] або інтегральна енергетична освітленість – E_0 [Вт/м²], яку створює освітлювач на площині вимірювальної мітки (лімба).

Для вимірювальних міток параметрами і характеристиками є фізичний розмір мітки, відбивні здатності фону і малюнка, детальність малюнка мітки (розмір найменшого елемента), патерн (малюнок) мітки, який визначає кількість і форму піків автокореляційної функції мітки. До характеристик умов роботи датчика належать відстань до об'єкта управління, характеристики середовища розповсюдження світла між об'єктом і відеокамерою (коефіцієнти прозорості та розсіювання, характеристики заломлення та турбулентності). Параметри методів і алгоритмів оцінювання міжкадрового зміщення мітки залежать від обраних методів. В дослідженні розглядається метод виміру зсуву зображення мітки на основі знаходження піку кореляції відповідних ланок на сусідніх кадрах відео.

В дослідженні використано кілька обмежень. Тут вважається, що параметри і характеристики такого датчика є сталими або керованими під час експлуатації. Тому постійними складовими статистичних похибок оцінювання в дослідженні знехтуване, бо постійні складові таких похибок просто усуваються шляхом калібрування та алгоритмічного оброблення зображень кадрів відео та результатів вимірювання [4]. За оцінку точності датчика в дослідженні береться СКВ похибки оцінювання переміщення вимірювальних міток. В створеній математичній моделі похибок врахована статистична складова похибки, яка спричинена шумами на зображеннях, псування якості зображення, яке спричинено конструкцією складових датчика, та динамічна похибка, яка спричинена рухом мітки за час накопичення зображення в кадрі. В загальному вигляді врахований вплив середовища на розповсюдження відбитого від мітки світла.

Для отримання основних залежностей між параметрами елементів датчика та СКВ похибок оцінювання міжкадрового зсуву міток розглянемо модель сигналу зображення, який створює відбите від мітки світло на CMOS фотоприймачах камери.

На початку варто визначити основні припущення.

1. Освітленість E (або інтегральна енергетична освітленість E_0) мітки (лімба) по всьому полю зору камери однакова і достатня для роботи елементарних фотоприймачів у штатному діапазоні світлових потоків на їх апертурах;

2. Спектральні розбіжності освітлення, відбиття, поглинання і розсіювання у робочому діапазоні довжин хвиль камери тут не враховуємо. Вважатимемо, що вихідний сигнал камери є зваженою сумою RGB-каналів, а вагові коефіцієнти додавання налаштовані на створення рівномірної чутливості по робочому діапазону довжин хвиль. У подальшому усі коефіцієнти, характеристики матриці світлоприймачів, освітленості, світлові потоки тощо вважаємо інтегральними по робочому діапазоні;

3. Вважатимемо ризики на лімбі такими, що мають однакові коефіцієнти відбиття (або альbedo) по всьому полі фону (матований алюміній $\rho_f \approx 0,5$) та по полі ризок (чорна матова фарба $\rho_r \approx 0,1$). Вважатиме також, що зазначені коефіцієнти відбиття однакові по всьому діапазоні довжин хвиль («ідеальний сірий»);

4. Фізичні межі переходів коефіцієнтів відбиття «фон – ризика» вважатиме достатньо малими порівняно з похибкою вимірювання. Тобто малюнок ризики є ідеальним;

5. Задля врахування можливості неоднозначного вимірювання по періодичній мітці (лімбі) вважатиме, що за інтервал часу між кадрами мітка (лімб) не може зсунутися на відстань, більшу за просторовий період повторення малюнку ризики (відстань між ризиками).

Для спрощення подання матеріалу математичні моделі розглядаються в одновимірному вигляді: вздовж рядка світлочутливих елементів матриці відеокамери. Для розширення до двовимірного подання достатньо дублювання наведених формул із заміною змінної координати.

За таких припущень для одного рядка матричного фотоприймача камери розподіл світла вздовж рядка світлочутливих елементів у площині зображення (світловий сигнал) може бути поданий як серія імпульсів зі значень освітленості (або інтегральної енергетичної потужності світла), що створюється відбиттям від світлого фону – E_f та від темної ризики – E_r . На рисунку 4 зображено таке: зверху – модельне зображення ризок лімба у площині зображення для одного рядка ПЗЗ матриці. Нижче: чорна товста лінія – графік зміни освітленості вздовж рядка; штрихова товста лінія – такий самий «ідеалізований графік», без врахування лінійних викривлень, які спричинені об'єктивом, проміжним шаром тощо. Під віссю «X» – розміщення світлочутливих елементів рядка CMOS матриці. Знизу – таблиця накопиченого за час тривалості кадру сигналу у відповідних елементах фотоприймача. Сірим тоном помічені комірки таблиці зі значеннями, що відповідають зоні переходу яскравості – перехідний кривий.

Для створення радіометричної моделі виникнення похибок вимірювання величини зсуву мітки за кадровий інтервал потрібно розглянути процеси, що впливають на освітленість світлочутливих елементів матриці відеокамери. Значення освітленості E_Φ та E_P у площині зображення можна розрахувати як

$$E_\Phi = \tau_{ш} \cdot \frac{E \cdot \rho_\Phi}{\pi} \cdot \tau_{об} \cdot \left(\frac{D}{f}\right)^2 + E_{ш}, \quad (1)$$

$$E_P = \tau_{ш} \cdot \frac{E \cdot \rho_P}{\pi} \cdot \tau_{об} \cdot \left(\frac{D}{f}\right)^2 + E_{ш}, \quad (2)$$

де D – діаметр вхідної зіниці об'єктива [м];

f – фокусна відстань об'єктива [м];

$\tau_{об}$ – коефіцієнт пропускання об'єктива;

$\tau_{ш}$ – коефіцієнт пропускання шару середовища між об'єктивом та лімбом (міткою);

ρ_Φ – інтегральний коефіцієнт відбиття (або альbedo) фонового матеріалу лімбу;

ρ_P – інтегральний коефіцієнт відбиття (або альbedo) матеріалу риски лімбу;

E – освітленість лімба (мітки) в полі зору камери [лк];

$E_{ш}$ – освітленість площини зображення, що створюється розсіяним в шарі між об'єктивом та лімбом світлом [лк]. Ця складова моделі може містити частку, яка створена зовнішнім фоновим засвічуванням об'єктива.

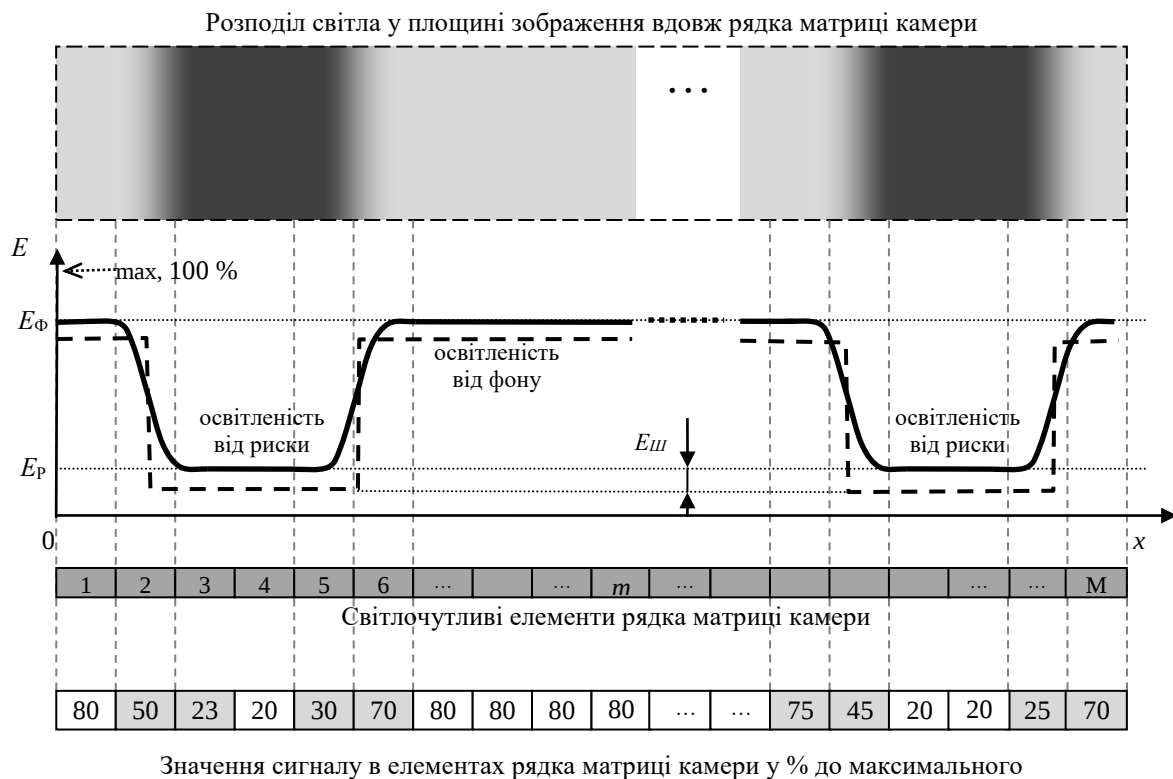


Рис. 4. Сприйняття світлового сигналу світлочутливими елементами рядка матриці світлоприймачів

Для розглянутого вище застосування відстань між об'єктивом та міткою (лімбом) незначна і впливом шару атмосферного повітря можна знехтувати. Зовнішнього засвічення об'єктива в цих умовах немає. Тоді значення освітленості E_Φ та E_P у площині зображення розраховуються як

$$E_\Phi = \frac{E \cdot \rho_\Phi}{\pi} \cdot \tau_{об} \cdot \left(\frac{D}{f}\right)^2, \quad (3)$$

$$E_P = \frac{E \cdot \rho_P}{\pi} \cdot \tau_{об} \cdot \left(\frac{D}{f}\right)^2. \quad (4)$$

Схема моделі формування оптичного сигналу на апертурі матриці світлоприймачів $E(x)$ без врахування лінійних викривлень показана на рисунку 5. Моделювання лінійних викривлень в оптичному сигналі, які спричинені реальним об'єктивом, реальною матрицею та рухом мітки буде розглянуте далі.

Напруги з виходу матричного CMOS світлоприймача для елементів, на які падає світло від фону і rischi U_ϕ та U_P можуть бути розраховані за формулами

$$U_\phi = E_\phi \cdot t_K \cdot V, \quad (5)$$

$$U_P = E_P \cdot t_K \cdot V, \quad (6)$$

де $t_K = 1/v_{\text{кадр}}$ – час накопичення сигналу – тривалість кадру відео потоку [с];

V – чутливість фотоприймача (з паспортних характеристик) [мВ/Лк·с].

На жаль, виробники CMOS матриць фотоприймачів у паспортних даних не завжди дають чітко визначені значення максимальної освітленості елементів $E_{\max}$ (до початку засліплення у світлому) та СКВ шуму в матриці $\sigma_{\text{ш}}$. Натомість у характеристиках надають відношення сигнал / шум (SNR, [дБ]), динамічний діапазон сигналу (DD, [дБ]) з урахуванням керованого підсилення в G разів та напругу $U_{\text{темн}}$, що спричиняє темновий струм за час накопичення. Спробуємо оцінити за цими характеристиками значення максимально припустимої освітленості мітки та відношення сигнал / шум у сигналі цифрового відеопотоку.

З врахуванням факту, що такі матриці мають вбудовані засоби автоматичного визначення експозиції та керування підсиленням G , можна визначити $E_{\max}$ та СКВ енергії шуму $\sigma_{\text{ш}}$ через максимальні і мінімальні значення квантованого подання сигналу за умови забезпечення будь-якого рівня освітленості апертури фотоприймачів. Так, якщо матриця має вбудований АЦП з J розрядами двійкового подання (тобто забезпечено 2^J рівнів квантування), а освітлення фотоприймачів встановлено на максимальний рівень $E_{\max}$ (до початку засліплення у світлому), коефіцієнт підсилення буде встановлено на значення $G = 1$ та на виході АЦП буде максимальне кодоване значення цифрового сигналу $F_{\max} = 2^J - 1$. Мінімумом ненульовим значенням цифрового сигналу $F_{\min}$ буде 1. Значення $F_{\min} = 1$ має відповідати мінімальному освітленню $E_{\min}$. Динамічний діапазон складатиме $DD_{\text{АЦП}} = 20 \cdot \lg(F_{\max} / F_{\min}) = 20 \cdot \lg(2^J - 1)$. Для 10 розрядного АЦП $DD_{\text{АЦП}} = 20 \cdot \lg(2^{10} - 1) \approx 60$ дБ. Паспортні дані CMOS матриці OV5640 від виробника OmniVision вказують динамічний діапазон 68 дБ світлового сигналу з урахуванням можливого 8-кратного підсилення.

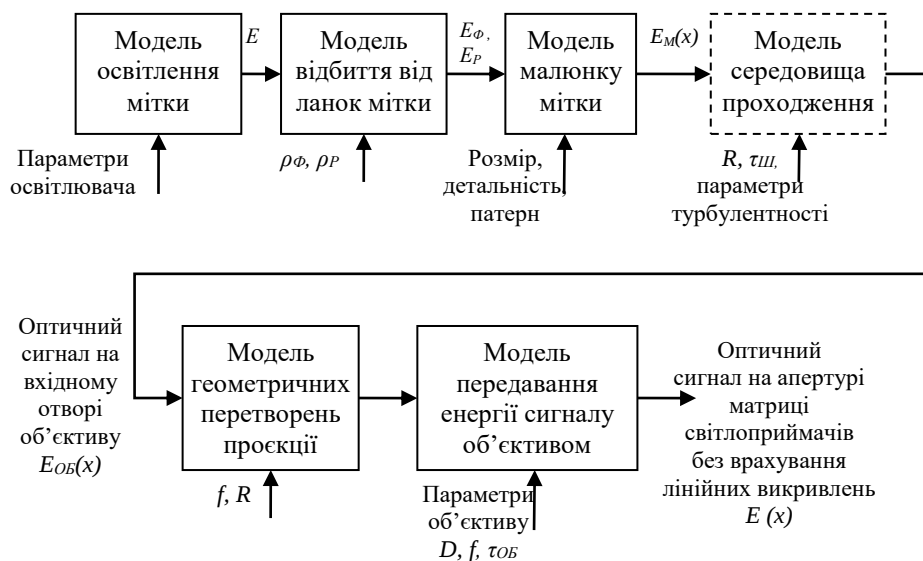


Рис. 5. Схема моделі формування оптичного зображення на апертурі матриці світлочутливих елементів

З іншого боку, паспортне значення SNR для матриці OV5640 вказане як 36 дБ. Це відповідає відношенню $E_{\max} / \sigma_{\text{ш}} = 10^{(SNR/20)} = 10^{1,8} \approx 63$ рази. Тобто еквівалентне цифрове представлення СКВ енергії шуму в цифровому сигналі матриці буде $1023/63 \approx 16 = 2^4$. Іншими словами, за умови найкращого освітлення фотоприймачів, 4 молодші розряди значень оцифрованого сигналу з ймовірністю 0,606 мають доданий шум (якщо використати пуассонівську модель розподілу ймовірності значень фотонного шуму, який є основним в умовах значної освітленості).

Часто в матрицях фотоприймачів 2 молодших розряди відсікають. Для OV5640 10-розрядний код відсікається до 8-розрядного. Це сприяє спрощенню формату подання RGB сигналу у відео потоці. З цієї причини у цифровому поданні динамічний діапазон сигналу зменшується: $DD_8 = 20 \cdot \lg(2^8 - 1) \approx 48$ дБ. В той самий час 2 молодші розряди сигналу так само з ймовірністю 0,606 містять доданий тепловий шум. Тоді відношення сигнал / шум для 8-бітного подання цифрового сигналу становитиме ті самі

$SNR_8 = 20 \cdot \lg(255/4) \approx 36$ дБ. Слід також зауважити, що зменшення розрядності подання збільшує так званий «шум квантування». З цих міркувань випливає, що за можливості слід використовувати повнорозрядне цифрове подання оцифрованих значень у відеопотоці камери.

Для нормування рівнів сигналу CMOS матриці web-камер, які зазвичай працюють в умовах гарного освітлення, використовують автоматичне налаштування підсилення сигналу відносно максимального рівня засвічування. В такому разі крок квантування напруги сигналу ΔU має скласти $\Delta U = U_{\max} / 2^J$. Якщо АЦП з підсилювачем налаштовані так, що значення ΔU вдвічі більше накопиченої за інтервал кадру напруги темного струму $U_{\text{темн}}$, тобто $U_{\text{темн}} \leq \Delta U/2 = U_{\max}/2^{(J+1)}$, можна підрахувати, що

$$U_{\max} = \Delta U \cdot 2^{J+1} = U_{\text{темн}} \cdot 2^{J+1}. \quad (7)$$

Для наведеного прикладу CMOS матриці OV5640 та частоти кадрів $1/t_K = 30$ кадр/с $U_{\text{темн}} = 8/30 = 0,27$ мВ. Тоді $U_{\max} = 0,27 \cdot 2^{11} \approx 553$ мВ. Така напруга відповідає максимальній освітленості фотоелемента $E_{\max} = U_{\max}/(V \cdot t_K) \approx 553 \cdot 30/600 = 27,6$ лк. Інакше, якщо апертура певного елемента матриці освітлюється 27,6 лк, значення оцифрованого сигналу має бути максимальним: для 10-розрядного подання – 1023. Для запобігання перевантаження АЦП за невраховані фактори проєктувальники зазвичай налаштовують підсилення так, щоб $U_{\max}$ цифрувалося на трохи менше значення.

Нехай максимальне цифрове значення сигналу з камери за 10-бітне квантування $F_{\max}$ буде 1000. Тоді можна провести розрахунок вимог до освітлення мітки на об'єкті. В наведеному застосуванні це мають бути вимоги до освітлювача. Якщо вважати фон мітки (лімбу) максимально світлим, можна розрахувати максимальне значення освітленості $E_{M \max}$ в площині мітки (лімбу):

$$E_{M \max} = \frac{E_{\max} \cdot \pi}{\rho_{\phi} \cdot \tau_{OB}} \cdot \left(\frac{f}{D}\right)^2 = \frac{E_{\max} \cdot \pi}{\rho_{\phi} \cdot \tau_{OB} \cdot A^2} = \frac{U_{\max} \cdot \pi}{\rho_{\phi} \cdot \tau_{OB} \cdot A^2 \cdot V \cdot t_K} = \frac{2 \cdot U_{\text{темн}} \cdot F_{\max} \cdot \pi}{\rho_{\phi} \cdot \tau_{OB} \cdot A^2 \cdot V \cdot t_K}, \quad (8)$$

де $A = D/f$ – відносний отвір об'єктива.

Типові дешеві web-камери на кшталт «Waveshare OV5640 5MP USB» мають об'єктив з відносним отвором $f/2,8$, фокусною відстанню 3,29 мм та коефіцієнтом пропускання близька 0,85. Для розглянутого застосування web-камери на базі CMOS матриці OV5640 виходить, що освітлення мітки має бути близька

$$E_{M \max} = \frac{27,6 \cdot \pi}{0,5 \cdot 0,85 \cdot 1,175^2} \approx 147 \text{ лк}.$$

Така освітленість відповідає м'якому освітленню житлового приміщення для відпочинку та може бути досягнута в наведеному прикладі застосування за допомогою світлодіодного освітлювача потужністю 0,3-0,5 Вт та кутом розсіювання 120°, який встановлений на відстані 0,5 м до лімбу. За такої освітленості лімбу значення цифрового сигналу від фону F_{ϕ} становитиме близько 1000 (за умови передачі 10-бітного потоку). Значення цифрового сигналу від риси F_r буде менш у $\rho_{\phi}/\rho_r = 0,5/0,1 = 5$ разів, тобто $F_r \approx 200$. СКВ шуму $\sigma_{\text{Ш10}}$ у сигналі цифрового потоку складатиме $1000/10^{36/20} = 1000/10^{1,8} \approx 16$.

За гарної освітленості переважаючим шумом є фотонний шум, що добре моделюється пуассонівським розподілом, який має ненульове математичне очікування $\text{МОШ}_{10} = \sigma_{\text{Ш10}}^{1/2}$. Для даного прикладу $\text{МОШ}_{10} = 4$. Якщо в цих умовах скористатися ідеєю додавання сигналів K рядків матриці вздовж стовбців (вздовж рисок лімбу) з метою накопичення сигналу та зменшення шуму, вийде, що математичне очікування шуму в сумарному сигналі становитиме $\text{МОШ}_{\Sigma K} = K \cdot \text{МОШ}_{10}$, а СКВ шуму сумарного сигналу $\sigma_{\Sigma K} = \sigma_{\text{Ш10}} \cdot (K)^{1/2}$. Тобто, за умови гарного освітлення накопичення сигналу з кількох рядків не дає вирашу, бо пропорційно зростанню корисного сигналу зростає МОШ. Це додає додаткового фоновому засвічуванню до значень сигналу. СКВ шуму зростає повільніше за значення сигналу.

Міжрядкове накопичення буде мати сенс за умови слабого освітлення, коли переважають теплові шуми матриці, які мають нормальний розподіл щільності ймовірності. Тоді МОШ буде потрохи зростати тільки через невеликі фотонні шуми, а СКВ переважаючого теплового шуму у сумарному сигналі буде зростати як квадратний корінь з числа доданих рядків. Корисний сигнал зростатиме прямо пропорційно кількості K доданих рядків. Відповідно, відношення сигнал / шум в сумарному сигналі зростатиме пропорційно квадратному кореню з числа доданих рядків.

Для створення просторової моделі похибок вимірювання величини зсуву мітки за кадровий інтервал потрібно розглянути процеси формування зображення мітки у площині зображення з урахуванням просторової дискретизації сигналу. Сигнал розподілу світла $E(x)$ вздовж рядка світлоприймальних елементів матриці (рис. 4) дискретизується з кроком розташування елементів матриці $\Delta x_d = X/M$, де X – фізична довжина рядка матриці фотоелементів, M – кількість елементів у рядку матриці. Для матриці OV5640 (діагональ 1/4") число $M = 080$ для частоти кадрів 30 кадрів/с, а $X = 3,2$ мм. Тобто $\Delta x_d \approx 3$ мкм. Крок дискретизації сигналу у площині зображення Δx_d відповідає кроку дискретизації у предметній площині ΔX_d (на лімбі) значенню

$$\Delta X_d = \frac{\Delta x_d \cdot R}{f}, \quad (9)$$

де R – відстань від головної точки об'єктива до предметної площини (до мітки) [м];

f – фокусна відстань об'єктива [м].

Вище прийняте, переходи «темне-світле» на лімбі є абсолютно різкими, що теоретично дозволяє будь-яку точність вимірювання положення рисок. Але реальне зображення в площині об'єктива розмазане за багатьох факторів (рис. 3, 4): за дефокусувальну дію речовини простору між камерою і міткою, за рух мітки під час накопичення сигналу зображення одного кадру, за дифракційні обмеження об'єктива, за аберації об'єктива тощо. В умовах взятого за приклад датчика дефокусувальною дією турбулентного шару між камерою та міткою можна знехтувати. Дифракційні обмеження об'єктива web-камери з невеликим вхідним отвором є чуттєвими. Для типових web-камер діаметр вхідного отвору $D \approx 1$ мм. Тоді для зеленого світла та фокусної відстані 3,89 мм ширина розрахованої (теоретичної) дифракційної плями $2\sigma_{OB}$ буде приблизно 2,61 мкм.

$$2\sigma_{OB} = 1,22 \cdot \frac{\lambda \cdot f}{D} = 1,22 \cdot \frac{0,550 \cdot 10^{-6} \cdot 3,89 \cdot 10^{-3}}{10^{-3}} \approx 2,61 \text{ [мкм]}. \quad (10)$$

Оцінка ширини функції розсіювання точки (ФРТ) об'єктивом тільки за дифракційні обмеження є мінімальною. Реальна ФРТ об'єктивом буде удвічі–тричі ширшою з-через аберації об'єктива. Надалі вважатимемо ФРТ об'єктивом осесиметричною з реалістичною оцінкою ширини $2\sigma_x = 2\sigma_y = 2,5 \cdot 2\sigma_{OB} = 5 \cdot \sigma_{OB}$. Особливо це відчутно подалі від точки перетинання головного променя з предметною площиною ближче до меж кадру. Виробники намагаються узгодити крок світлочутливих елементів в матриці з шириною реальної ФРТ, але це вдається не завжди, особливо для дешевих web-камер. Підхід до такого узгодження та вплив просторового кроку світлочутливих елементів у матриці розглянутий далі.

За теоремою про дискретизацію для відновлення дискретизованого сигналу без втрат у випадку ідеальної дискретизації дельта-операторами та відновлення апертурами виду $\sin(x)/x$, крок дискретизації має бути таким, щоб в найменший елемент зображення потрапляло якнайменш 2 відліку дискретного сигналу. Найменша точка на зображенні світлового сигналу в площині матриці зазвичай подається плямою з розподілом значень у вигляді гаусоїди – гаусовська ФРТ з параметрами (x_0, y_0) , які визначають просторове положення точки та параметрами (σ_x, σ_y) , які визначають ширину плями розсіювання точки по рівню $\approx 0,606$ від максимального значення освітлення в точці $E(x_0, y_0)$ апертури матриці (рис. 6, а, б).

Розподіл світла на матриці по координаті x в такому світловому сигналі $E_{точк}(x)$ від точки на мітці буде описуватися як

$$E_{точк}(x) = (E_\phi - E_p) \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}\right) + E_p. \quad (11)$$

Для моделювання такого розмазування, яке належить до категорії лінійних викривлень на зображенні, зазвичай застосовують просторовий низькочастотний лінійний фільтр з імпульсною реакцією $h_{OB}(x)$ гаусовської форми:

$$h_{OB}(x) = \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}\right). \quad (12)$$

Для ідеального виконання дискретизації-відновлення за теоремою слід забезпечити потрапляння хоча б двох елементів матриці (інакше – двох пікселів) у пляму розсіювання точки (в інтервал $2\sigma_x$). Інакше кажучи, крок елементів у матриці має бути принаймні удвічі менший за ширину реальної плями розсіювання точки по рівню 0,606 від розмаху $(E_\phi - E_p)$. Реально функцією апертури дискретизації є не дельта-функція, а функція реального розподілу чутливості елементарного фотоприймача по його фізичній апертурі з реальним розміром, що є трохи меншим за крок дискретизації сигналу. Потрібно забезпечити повне потрапляння не менш двох цілих апертур елементів (двох пікселів) у інтервал $2\sigma_x$.

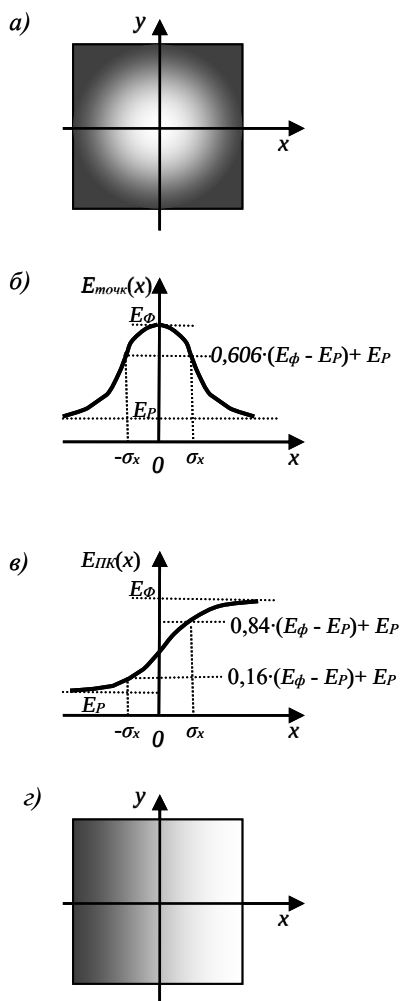


Рис. 6. Дія обмежень об'єктива на зображення різкого стрибка «темне-світле»:
 а) зображення плями розсіювання від яскравої точки; б) функція розподілу світла у плямі розсіювання точки при гаусовій ФРТ; в) розподіл світла на межі «темне-світле» при гаусовій ФРТ;
 г) зображення межі «темне-світле» при гаусовій ФРТ

У застосуванні, що розглядається на лімбі немає точкових об'єктів, але є різкі переходи «темна риска – світлий фон» (або навпаки). ФРТ в такому випадку знаходить свій прояв у перехідній кривій, яка пов'язана з ФРТ через інтеграл та може бути подана через функцію ймовірності $\text{erf}(\cdot)$. Розподіл світла на матриці по координаті x в такому світловому сигналі $E_{\text{ПК}}(x)$ від переходу «темне-світле» на мітці буде описуватися як

$$E_{\text{ПК}}(x) = (E_{\Phi} - E_P) \frac{1}{2} \left[1 + \text{erf} \left(\frac{x}{\sqrt{2} \cdot \sigma_x} \right) \right] + E_P. \quad (13)$$

Тому визначимо вимогу до кроку елементів у матриці через ширину перехідної кривої $2\sigma_x$, яка вимірюється за рівнями від $\approx 0,16$ до $\approx 0,84$ від розмаху $(E_{\Phi} - E_P)$ перехідної кривої (рис. 6, в, г). Для гарантованого забезпечення потрапляння в межі інтервалу $\pm \sigma_x$ не менше 2-х реальних апертур світлочутливих елементів матриці вимагатиме, щоб в інтервал $\pm \sigma_x$ потрапляло не менш 2-х кроків світлочутливих елементів. Тобто, матриця з кроком елементів вздовж рядку Δx_d може без втрат дискретизувати світловий сигнал в площині зображення з перехідною кривою не коротшою за $2 \cdot \Delta x_d$.

В реальних умовах проєктувальники відеокамер у процесі узгодження ФРТ та кроку дискретизації вибирають крок дискретизації з запасом у 30–50 % відносно мінімального за теоремою дискретизації. В цьому легко впевнитися, розглядаючи на цифровому зображенні з web-камери півтоновий перехід від різкого стрибка коефіцієнта відбиття на мітці у центрі кадру при великому збільшенні та інтерполяції «найближчий сусід». Зазвичай такий півтоновий перехід буде не менш трьох пікселів.

Реальна апертура елементів з розміром $\Delta l \approx \Delta x_d$ буде вносити у дискретизований сигнал розмазування півтонових переходів, що еквівалентне дії фільтра низької частоти з імпульсною реакцією $h_d(x)$ у вигляді прямокутного імпульсу розміром у довжину апертури світлочутливого елемента $\Delta l \approx \Delta x_d$ (рис. 7, а). Такий еквівалентний фільтр спричиняє лінійний перехід сигналу замість скачка «темне-світле» (рис. 7, б, в).

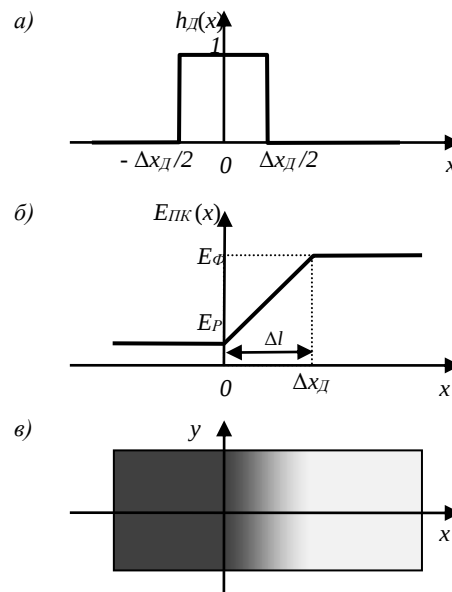


Рис. 7. Дія реальної апертури світлочутливого елемента матриці на зображення різкого стрибка «темне-світле»: а) імпульсна реакція фільтра, що моделює розмазування апертурою довжиною Δx_d ; б) перехідна крива з повільним переходом від темного (E_p) до світлого (E_ϕ), що спричинений розмазуванням апертурою світлочутливого елемента з розміром Δx_d ; в) – зображення межі «темне-світле», яке сформоване дією реальної апертури

Наступною складовою, що спричиняє розмазування різких меж переходів «темне-світле» є динамічна складова, яка пов'язана з рухом мітки за час накопичення сигналу в кадрі. Врахувати в математичній моделі сигналу зображення таке розмазування можна, якщо відома модель просторового руху мітки. За умови достатньо повільного, порівняно з кадровим інтервалом, руху мітки у більшості випадків можна апроксимувати динамічну модель руху лінійною функцією виду

$$X_{i+1} = V_x \cdot t_K + X_i, \quad (14)$$

де $t_K = 1/\nu_{\text{кадр}}$ – час накопичення сигналу – тривалість кадру відеопотоку [с];

X_i – просторове положення мітки у предметній площині для попереднього кадру;

X_{i+1} – просторове положення мітки у предметній площині для поточного кадру;

V_x – середня за кадр швидкість руху мітки у предметній площині [м/с].

Лінійний рух мітки в предметній площині спричиняє такий самий лінійний рух зображення мітки у площині зображення.

$$x_{i+1} = v_x \cdot t_K + x_i = (V_x \cdot t_K + X_i) \cdot \left(\frac{f}{R} \right), \quad (15)$$

де x_i – просторове положення зображення мітки у площині зображення для попереднього кадру;

x_{i+1} – просторове положення зображення мітки у площині зображення для поточного кадру;

$v_x = V_x (f/R)$ – середня за кадр швидкість руху зображення мітки у площині зображення [м/с];

f/R – масштаб зображення.

У формулі 15 вважається, що площина зображення паралельна предметній площині. Інакше – головна оптична вісь об'єктива перпендикулярна предметній площині.

Лінійний рух зображення мітки в площині апертури матриці світлоприймачів спричиняє лінійне розмазування в накопиченому за час кадру сигналі. З урахуванням лінійності операції дискретизації таке розмазування в дискретизованому матрицю сигналі може бути подане як розмазування оптичного безперервного сигналу $E(x)$ в площині зображення (на апертурі матриці). Інакше – розмазування за рух зображення у дискретному сигналі можна представити як дію на безперервний сигнал $E(x)$ лінійного фільтра з прямокутною імпульсною реакцією $h_{\text{розм}}(x)$. Довжина прямокутника $l_{\text{розм}}$ в $h_{\text{розм}}(x)$ дорівнює довжині шляху, який проходить зображення за час накопичення в кадрі та може бути розрахована за формулою

$$l_{\text{розм}} = V_x \cdot t_K \cdot \left(\frac{f}{R} \right). \quad (16)$$

Для прикладу датчика, що розглядається розрахунок $l_{\text{розм}}$ такий. Максимальна кутова швидкість повертання антени $\omega_{\text{АНТ}}$ за вимогами складає 0,8 град/с. Таке повертання за тривалість кадру $t_K = 1/30 \approx 0,033\text{с}$ спричинить лінійне зміщення поверхні лімбу на

$$L_K = \frac{\pi \cdot D_{\text{л}} \cdot w_{\text{АНТ}} \cdot t_K}{360} = \frac{\pi \cdot 0,5 \cdot 0,8}{360 \cdot 30} \approx 0,12 \text{ мм} \cdot \quad (17)$$

Якщо вказана вище камера розміщена на відстані від лімба $R = 100\text{мм}$, такий зсув мітки відповідає розмазуванню зображення на

$$l_{\text{розм}} = L_K \cdot \left(\frac{f}{R} \right) = 0,12 \cdot \left(\frac{3,29}{100} \right) \approx 4 \cdot 10^{-3} \text{ мм} \cdot \quad (18)$$

Такий зсув оптичного зображення за кадр відповідає зсуву на $4/1,4 \approx 3$ пікселя цифрового зображення.

Сумарне еквівалентне лінійне викривлення на оптичному зображенні (розмазування) у площині зображення є суперпозицією трьох розглянутих чинників: дифракційних обмежень та аберацій об'єктива, обмежень реальної дискретизації та руху зображення за час накопичення сигналу в кадрі. Розглянуті лінійні викривлення моделюються як згортка «ідеального» (без розмазування) світлового сигналу $E(x)$ з імпульсними реакціями лінійних фільтрів, які послідовно імітують розглянуті чинники. Схема моделі лінійних викривлень на цифровому зображенні разом з моделлю дискретизації та аналогово-цифрового перетворення представлена на рисунку 8.

Для дешевих web-камер з матрицею OV5640 мінімальна довжина переходу без врахування аберацій об'єктива та можливого зсуву за рух мітки складатиме $\Delta l_{\text{мін}} \approx 2,6 + 1,4 = 4$ мкм. У дискретному поданні така довжина півтонового переходу відповідає $4/1,4 \approx 3$ пікселям. Якщо враховувати можливі аберації об'єктива та максимально можливе розмазування за рух, довжина переходу може сягати $\Delta l_{\text{макс}} \approx 3 \cdot 2,6 + 1,4 + 4 = 13,2$ мкм. Таке розмазування у дискретному поданні відповідає $13,2/1,4 \approx 9$ пікселям. Практично на зображенні, що отримують з дешевих web-камер, довжина переходу «темне-світле» від різкого скачка «темне-світле» не буває меншим 3 пікселів. Для камери, яка встановлена на відстані 0,1 м від лімба на поверхні мітки, це складатиме приблизно 0,34 мм. Це трохи більше половини ширини риски шкали лімба. В одиницях кута повороту антени це – 4,7 кутові хвилини.

За цифровими масивами зображень $F(i)$ з кадрів відео програмно-алгоритмічними методами обчислюють положення вимірювальної мітки у поточному кадрі. Якщо не висувати вимоги найточнішого вимірювання поточного положення мітки в кадрі, його можна оцінювати за просторовим положенням середини певного переходу «темне-світле» на зображенні мітки у кадрі. Так роблять у більшості практичних випадків (рис. 9).

За такий підхід оцінювання здійснюється тільки по одному півтоновому переходу і не враховує іншу інформацію з усього зображення мітки. Найточнішим методом вимірювання просторового зсуву мітки Δx відносно її положення на попередньому кадрі є оцінювання положення максимуму взаємної кореляційної функції (ВКФ) зображень вздовж осі x на попередньому $E_{i-1}(x)$ та поточному $E_i(x)$ кадрах. Обчислення ВКФ здійснюється за допомогою алгоритму цифрової згортки. Зазвичай згортку цифрових масивів обчислюють на основі певних швидких алгоритмів дискретного перетворення Фур'є.

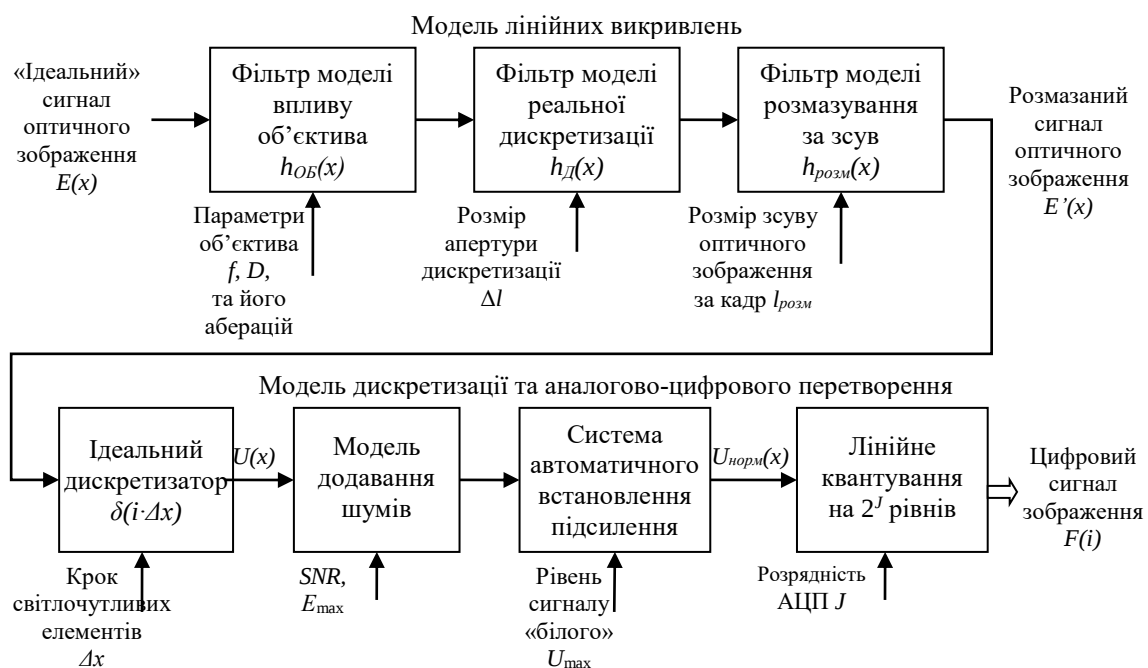


Рис. 8. Схема моделі лінійних викривлень на цифровому зображенні з моделлю дискретизації та аналогово-цифрового перетворення

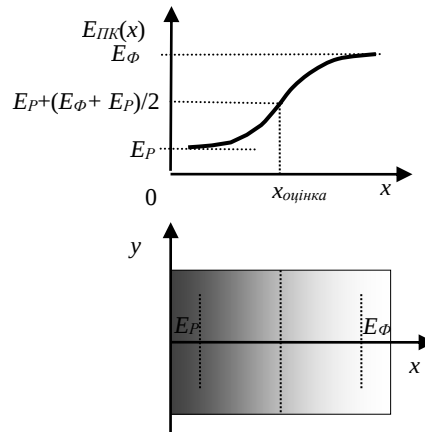


Рис. 9. Вимірювання положення об'єкта на зображенні шляхом оцінювання положення середини півтонового переходу

З теоретичних положень обробки сигналів відомо, що за умови гарного відношення сигнал / шум розподіл похибки вимірювання положення максимуму $x_{\max}$ стиснутого в оптимальному фільтрі сигналу є нормальним (Гаусівським). Нижня межа Рао – Крамера для СКВ похибки вимірювання за одним сигнальним імпульсом – за одною світловою плямою від точки (або за одним переходом «темне-світле») – для цього випадку складатиме

$$СКВ_x \geq \frac{1}{2\pi\sqrt{2q} \cdot P_{ef}}, \quad (19)$$

де q – відношення сигнал / шум в оброблюваному сигналі;

P_{ef} – ефективна ширина просторового спектру сигналу.

Стиснення просторового сигналу в оптимальному фільтрі еквівалентне обчисленню ВКФ реального сигналу з таким самим по формі сигналом але без шуму. Обчислення ВКФ світлових сигналів вздовж рядка на сусідніх кадрах $E_{i-1}(x)$ та $E_i(x)$ схоже на стиснення світлового сигналу $E(x)$ в оптимальному фільтрі.

Ефективна ширина просторового спектра P_{ef} дискретизованого матрицею світлового сигналу може бути оцінена як величина, що є зворотною до ширини перехідної кривої Δl . Тоді

$$СКВ_x = \frac{\Delta l}{2\pi\sqrt{2q}}. \quad (20)$$

У прикладі, що розглядається у цифровому сигналі $F(m)$ 10-бітного відеопотоку з web-камери з матрицею OV5640 відношення сигнал / шум $q \approx (1000-200)/16 = 50$. Для оптимістичної оцінки ширину ФРТ візьмемо без врахування аберації об'єктива та без розмазування за рух $\Delta l = 2\sigma_x + \Delta x_d \approx 4$ мкм. Тоді оптимістичною оцінкою СКВ похибки вимірювання міжкадрового зсуву зображення лімбу в площині зображення буде $4/(50 \cdot 8,889) \approx 0,009$ мкм. Якщо врахувати максимально можливий рух лімбу та реальні аберації об'єктива, які можуть бути втричі більшими за дифракційну пляму, песимістична оцінка СКВ похибки вимірювання може становити до $13,2/(50 \cdot 8,889) \approx 0,03$ мкм.

У випадку, якщо ВКФ розраховується не для одного імпульсу сигналу (одної плями від точки), а для групи з N півтонових переходів у рядку кадру (рис. 3), відношення сигнал / шум слід збільшити в $N^{1/2}$ разів для урахування некогерентного накопичення. Для прикладу, що розглядається $N = 2 \cdot (N_{рис} - 1)$, де $N_{рис}$ – число рисок лімбу, що потрапляють у вікно аналізу. Зменшення $N_{рис}$ на 1 враховує межовий ефект кадру – можливість виходу крайніх рисок за кадр. Своєю чергою $N_{рис}$ залежить від ширини проєкції кадру на лімб $X_{кадр} = X \cdot R / f$ та відстані між рисками лімбу ΔX_p .

$$N_{рис} = \frac{X_{кадр}}{\Delta X_p} = \frac{X \cdot R}{\Delta X_p \cdot f}, \quad (21)$$

де X – фізична довжина рядка матриці фотоелементів;

R – відстань від головної точки об'єктива камери до лімбу;

f – фокусна відстань об'єктива камери.

Для розглянутого прикладу теоретичне число накопичуваних сигналів (півтонових переходів) може скласти величину до $N_{\max} = 2 \cdot (3,2 \cdot 10^{-3} \cdot R / (4,3633 \cdot 10^{-3} \cdot 3,89 \cdot 10^{-3}) - 1) \approx 377 \cdot R - 2$. Якщо камеру встановити на відстані 0,1 м від лімбу $N_{\max} \approx 36$, песимістична оцінка СКВ похибки вимірювання положення мітки в площині зображення може становити до $0,03/\sqrt{36} \approx 0,005$ мкм = 5 нм.

Під час вибору місця встановлення камери (при виборі відстані R) варто враховувати таке:

1. Покращення відношення сигнал / шум відносно кількості рисок іде за функцією квадратного кореня. Тобто збільшення q за рахунок накопичення відчутне тільки для $N_{рис}$ менше 10;

2. Лімба не є площиною, тому зі збільшенням R (збільшенням розміру кадру) геометричні та лінійні викривлення на краях кадру швидко зростають;

3. За умови фокусування на короткі відстані, геометричні та лінійні викривлення на краях кадру також швидко зростають;

4. Сфокусувати об'єкти web-камери на близьку відстань може бути неможливо. На практиці для побутових web-камер мінімальна відстань фокусування 0,1–0,2 м. Об'єкти таких камер оптимізований для відстані до об'єкта 0,3–0,8 м.

Можна дати такі практичні рекомендації щодо встановлення камери в розглянутій конструкції датчика. По-перше, web-камеру встановлювати на мінімальній відстані фокусування. По-друге, ланку оброблюваного просторового сигналу обмежити вікном у центральній частині кадру.

Якщо виконати наведені рекомендації для розглянутого вище прикладу застосування з вікном шириною у 10 рисок, песимістична оцінка СКВ похибки вимірювання зсуву зображення міжкадрового руху лімба з урахуванням аберацій об'єктива та руху зображення буде $30/9^{1/2} \approx 10$ нм. Для $R = 0,1$ м на поверхні лімба це буде $СКВ_{л} = 10 \cdot 0,1/3,89 \cdot 10^{-3} \approx 0,26$ мкм. Зсув лімба в 0,26 мкм відповідає похибці повороту антени на кут $0,26/4363,3 \approx 60^\circ \cdot 10^{-6} = 0,216''$. Таке фантастично мале значення є суто теоретичною оцінкою. В процесі реального проектування слід врахувати фактори умов реалізації такого датчика на кшталт розбіжностей і вад у малюнку мітки, можливих вібрацій датчика, вад механізму повороту тощо.

Для порівняння можна використати приклад реального високоточного вимірювача VIC-3D від Correlated Solutions, Inc. Двокамерна система VIC-3D для вимірювання та візуалізації повної тривимірної форми, переміщення та деформації на основі принципу цифрової кореляції зображень. Вона дозволяє отримати тривимірні зміщення та деформації для кожного пікселя на поверхні об'єкта. Можливі розміри об'єктів від 1 мм до 100 м. VIC-3D вимірює залежно від поля зору зміщення до нанометрової роздільної здатності. В характеристиках системи VIC-3D LS вказано, що розрізнення по полю зору становить $1/200000$ від розміру поля зору камери [14]. Тобто, якщо розмір поля зору буде 0,05м, розрізнення на поверхні об'єкта становитиме 0,25 мкм.

Висновки та перспективи подальших досліджень. Виконано аналіз похибок вимірювання зміни положення міток на сусідніх кадрах відеопотоку з web-камери. За результатами проведеного аналізу створена математична модель похибок для оцінювання потенційної точності вимірювання зміни просторового положення вимірювальної мітки об'єкта автоматичного управління по сусідніх кадрах відеопотоку з відеокамери. Створена модель враховує статистичну і динамічну складові похибок вимірювання, які виникають через фізичні явища, що супроводжують процес дистанційного вимірювання без врахування впливу проміжного шару між камерою та об'єктом вимірювання. Вхідними параметрами моделі є характеристики знімальної камери, характеристики вимірювальної мітки, та відстань до об'єкта. Модель досліджена на прикладі реального безконтактного датчика кута повороту антени побудованого на основі web-камери, яка спостерігає лімба опорно-повертального пристрою наземної антенної системи радіоканалу зв'язку з космічним апаратом. Дослідження створеної моделі та порівняння з характеристиками індустріального зразка показали адекватність моделі. Сформовані практичні рекомендації щодо вибору елементів та параметрів конструкції дистанційного датчика положення вимірювальної мітки в певних умовах. Створена модель може бути використана для розробки та проектування нових датчиків для дистанційного вимірювання положення міток на об'єктах. Подальше дослідження буде продовжуватися в напрямку врахування факторів, що впливають на вимірювання через середовище між камерою та об'єктом.

Список використаної літератури:

1. Gonzalez R.C. Digital Image Processing / R.C. Gonzalez, R.E. Woods. – 4th edition. – Pearson Education Limited, 2018. – 1022 p.
2. Forsyth D. Computer Vision: A Modern Approach / D.Forsyth, J.Ponce. – 2nd edition. – Pearson Education, 2011. – 800 p.
3. Jeahne B. Practical Handbook on Image Processing for Scientific and Technical Applications / B.Jeahne. – 2nd edition. – CRC Press LLC, 2004. – 571 p.
4. Горшенін О. Цифрова обробка зображень та основи фотограмметрії : навч. посіб. / О.Горшенін, О.Дубина, С.Кондратенко, С.Болобан ; за ред. О.Є. Горшеніна. – Житомир : ЖВІРЕ, 2007. – 240 с. (2007).
5. Горшенін О.Є. Безконтактний датчик кутового положення опорно-повертального пристрою вузькоспрямованої антени / О.Є. Горшенін // Інформаційно-комп'ютерні технології : тези XIV Міжнародної науково-технічної конференції, 28–29 березня. – Житомир : Житомирська політехніка, 2024. – С. 178–179.
6. Подчаїшинський Ю.О. Геометричні похибки визначення координат виробів за їх цифровими відеозображеннями в автоматизованих системах / Ю.О. Подчаїшинський // Вісник ЖДТУ. Серія : Технічні науки. – 2013. – № 4 (67). – С. 70–77.

7. Подчаши́нський Ю.О. Підвищення точності вимірювань параметрів обертowego руху на основі алгоритмічної обробки двовимірної вимірювальної інформації / Ю.О. Подчаши́нський // *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. – 2009. – Vol. 1, № 3 (37). – P. 17–22 [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <https://journals.urau.ua/eejet/article/view/3083>.
8. Аналітичний огляд програмно-алгоритмічних методів обробки вимірювальної інформації про геометричні параметри об'єктів на зображеннях / Ю.О. Подчаши́нський, Л.О. Чепюк, В.В. Чепюк та ін. // *Технічна інженерія*. – 2023. – № 2 (92). – С. 191–198. DOI: 10.26642/ten-2023-2(92)-191-198.
9. Безвесільна О.М. Виставлення просторового положення чутливого елементу навігаційної системи на основі цифрових відео зображень / О.М. Безвесільна, Ю.О. Подчаши́нський // *Електронний архів ЖДТУ. Прикладні науково-дослідні роботи*. – 2018 [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <https://eztuir.ztu.edu.ua/handle/123456789/7482>.
10. Білинський Й.Й. Алгоритм визначення та контролю геометричних параметрів малогабаритних об'єктів складної форми шляхом субпиксельної обробки їх зображень / Й.Й. Білинський, І.В. Сухоцька // *Методи та прилади контролю якості*. – 2015. – № 1 (34). – С. 71–77.
11. Devising a method for measuring the motion parameters of industrial equipment in the quarry using adaptive parameters of a video sequence / Y.Podchashynskiy, O.Luhovych, V.Tsyporenko, V.Tsyporenko // *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. – 2021. – Vol. 6, No. 9 (114). – P. 32–46. DOI: 10.15587/1729-4061.2021.248624.
12. Korobiichuk I. Correlation mathematical model of video images with measuring information about geometrical parameters / I.Korobiichuk, Y.Podchashynskiy // *25th International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR)*, 23–26 Aug. – 2021. – P. 59–63 [Electronic resource]. – Access mode : <https://ieeexplore.ieee.org/document/9528487>.
13. Assessment of digital image correlation measurement errors: methodology and results / M.Bornert, F.Brémard, P.Doumalin and other // *Experimental mechanics*. – 2008. – Vol. 49. – P. 353–370.
14. VIC-3D – Correlated Solutions Digital Image Correlation [Electronic resource]. – Access mode : <https://www.correlatedsolutions.com/vic-3d>.

References:

1. Gonzalez, R.C. and Woods, R.E. (2018), *Digital Image Processing*, 4th edition, Pearson Education Limited, 1022 p.
2. Forsyth, D. and Ponce, J. (2011), *Computer Vision: A Modern Approach*, 2nd edition, Pearson Education, 800 p.
3. Jeahne, B. (2004), *Practical Handbook on Image Processing for Scientific and Technical Applications*, 2nd edition, CRC Press LLC, 571 p.
4. Gorshenin, O., Dubyna, O., Kondratenko, S. and Boloban, S. (2007), *Tsyfrova obrobka zobrazen ta osnovy fotogrametrii*, in Horshenin, O.Ye. (ed.), *navch. posib.*, ZhVIRE, Zhytomyr, 240 p.
5. Horshenin, O.Ye. (2024), «Bezkontaktnyi datchyk kutovoho polozhennia oporno-povertalnoho prystroiu vuzkospriamovanoi anteny», *Informatsiino-kompiuterni tekhnolohii*, tezy XIV Mizhnarodnoi naukovo-tekhnichnoi konferentsii, 28–29 bereznia, Zhytomyrska politekhnika, Zhytomyr, pp. 178–179.
6. Podchashynskiy, Yu.O. (2013), «Heometrychni pokhybky vyznachennia koordynat vyrobiv za yikh tsyfrovymy videozobrazhenniamy v avtomatyzovanykh systemakh», *Visnyk ZhDTU. Seriya. Tekhnichni nauky*, No. 4 (67), pp. 70–77.
7. Podchashynskiy, Yu.O. (2009), «Pidvyshchennia tochnosti vymiriuvan parametriv obertovoho rukhu na osnovi alhorytmichnoi obrobky dvovymirnoi vymiriuvanoi informatsii», *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, Vol. 1, No. 3 (37), pp. 17–22, [Online], available at: <https://journals.urau.ua/eejet/article/view/3083>
8. Podchashynskiy, Yu.O., Chepiuk, L.O., Chepiuk, V.V. et al. (2023), «Analitichnyi ohliad prohranno-alhorytmichnykh metodiv obrobky vymiriuvanoi informatsii pro heometrychni parametry obiektiv na zobrazeniakh», *Tekhnichna inzheneriia*, No. 2 (92), pp. 191–198, doi: 10.26642/ten-2023-2(92)-191-198.
9. Bezvesilna, O.M. and Podchashynskiy, Yu.O. (2018), «Vystavleniia prostorovoho polozhennia chutlyvoho elementu navihatsiinoi systemy na osnovi tsyfrovych video zobrazen», *Elektronnyi arkhiv ZhDTU. Prykladni naukovo-doslidni roboty*, [Online], available at: <https://eztuir.ztu.edu.ua/handle/123456789/7482>
10. Bilynskiy, Y.Y. and Sukhotska, I.V. (2015), «Alhorytm vyznachennia ta kontroliu heometrychnykh parametriv malohabarynykh obiektiv skladnoi formy shliakhom subpikselnoi obrobky yikh zobrazen», *Metody ta prylady kontroliu yakosti*, No. 1 (34), pp. 71–77.
11. Podchashynskiy, Y., Luhovych, O., Tsyporenko, V. and Tsyporenko, V. (2021), «Devising a method for measuring the motion parameters of industrial equipment in the quarry using adaptive parameters of a video sequence», *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, Vol. 6, No. 9 (114), pp. 32–46, doi: 10.15587/1729-4061.2021.248624.
12. Korobiichuk, I. and Podchashynskiy, Yu. (2021), «Correlation mathematical model of video images with measuring information about geometrical parameters», *25th International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR)*, 23–26 Aug., pp. 59–63, [Online], available at: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9528487>
13. Bornert, M., Brémard, F., Doumalin, P. et al. (2008), «Assessment of digital image correlation measurement errors: methodology and results», *Experimental mechanics*, Vol. 49, pp. 353–370.
14. VIC-3D – Correlated Solutions Digital Image Correlation, [Online], available at: <https://www.correlatedsolutions.com/vic-3d>

Горшенін Олександр Євгенович – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри комп'ютерних технологій у медицині та телекомунікаціях Державного університету «Житомирська політехніка».
<https://orcid.org/0009-0005-8946-3339>.

Наукові інтереси:

- геоінформаційні системи;
- цифрова обробка зображень;
- системи космічного спостереження і дистанційного зондування Землі;
- обробка даних космічного спостереження.

Горшенін Михайло Олександрович – студент Державного університету «Житомирська політехніка», проходить навчання на другому (магістерському) рівні за спеціальністю «Інженерія програмного забезпечення».

Наукові інтереси:

- цифрова обробка зображень;
- програмування систем 3D-візуалізації реального часу.

Gorshenin O.Ye., Gorshenin M.O.

Mathematical model of errors in measuring the interframe displacement of a measuring mark on an observation object using video from a WEB camera

This paper develops and analyses a mathematical error model for estimating the potential accuracy of measuring the inter-frame displacement of a reference marker captured by a WEB camera. The case is considered when the WEB video camera is installed at a distance of about tens of centimeters from the measuring mark. The tag is the limb of the rotary mechanism of the ground antenna system of the X-band space radio link. Marker shift between consecutive video frames is calculated by locating the peak of the cross-correlation function computed along corresponding image rows; this shift is then recalculated into antenna angle variation.

Expressions link the root-mean-square (RMS) displacement error to observation conditions. For low-cost webcams, the maximum admissible pixel illumination and the RMS sensor noise-voltage values absent from manufacturer data are obtained through an original estimation procedure.

The paper also evaluates inter-row signal accumulation for a marker consisting of vertical ticks of scale and shows that, under adequate artificial lighting, such accumulation is counter-productive because it leads to the increase of the mean value of matrix-fluctuation noise.

For a discussed case for a cheap webcam-calculated potential antenna, the rotation error is of ≈ 0.2 arc-seconds. Air turbulence, mechanical vibration, drivetrain inaccuracies and spectral mismatches were not discussed in the present scope. The model and guidelines can be of value for designers of opto-electronic, non-contact position-measurement systems.

Keywords: remote measurement sensor; spatial position measurement errors; digital image; video stream frame; WEB camera; CMOS matrix light receiver; lens; radiometric calculations; linear distortions in images; correlation signal processing; control object; space radio link; antenna system.

Стаття надійшла до редакції 17.04.2025.