

Б.А. Шелудченко, к.т.н., проф.
О.В. Медведський, к.т.н., доц.
О.Б. Плужніков, ст. викладач
В.Р. Білецький, к.т.н., доц.
В.М. Боровський, ст. викладач
Поліський національний університет
В.А. Яновський, доц.
Державний університет «Житомирська політехніка»

Обґрунтування симуляційної моделі статичного арочного склепіння у рухомому масиві сипкого матеріалу

За результатами аналізу практичної експлуатації широкої гами хоперів завантажувачів-розвантажувачів та дозаторів сипких матеріалів встановлено, що нерівномірний розподіл динамічного тиску в окремих зонах масиву сипкого середовища, який рухається в «рукавах»-хоперах, що обмежені абсолютно жорсткими стінками, зумовлює стохастичне утворення статичного арочного склепіння, яке порушує стабільність технологічного процесу дозування або навантажування-розвантажувачів кили сипкого матеріалу. Встановлено, що найдоцільнішою реологічною моделлю для виконання аналітичних досліджень пружно-в'язко-пластичних ознак сипких середовищ є модель реологічного тіла Бінгама і, з огляду на стохастичність процесів утворення статичних арочних склепінь в рухомих масивах сипких середовищ, дослідження процесів утворення цих склепінь можуть бути реалізовані винятково за допомогою феноменологічних методів, які передбачають створення певної фізичної моделі-симулятора. Обґрунтована можливість фізичної реалізації моделі-симулятора твірної лінії стохастично утвореного статичного арочного склепіння в рухомому масиві сипкого матеріалу як конформно відображеного аналога ланцюгової лінії з подальшою його комп'ютерною візуалізацією. Виконана перевірка на адекватність за феноменологічними ознаками пропонованої моделі-симулятора доводить, що така модель може бути використана для дослідження закономірностей динаміки масивів сипких середовищ з різними механічними, реологічними та феноменологічними властивостями.

Ключові слова: сипке середовище; хопер; реологія; модель-симулятор; конформне відображення; ланцюгова лінія; арочне склепіння.

Актуальність теми. Переважна більшість технологічних процесів завантаження-розвантаження або дозування сипких (дискретних) матеріалів передбачає використання так званих хоперів (англ. hopper), у вигляді бункера-хопера, або ковша-хопера [1]. Фізико-механічні ознаки того або іншого сипкого середовища, визначають пульсуючий характер руху його окремих частинок, що призводить до нерівномірного розподілу динамічного тиску в окремих зонах масиву сипкого середовища. В масиві сипкого матеріалу стохастично виникають поверхні з миттєвим імпульсним перешкоджанням вільної «течії» частинок під дією власної ваги. Створюється миттєве динамічне склепіння, яке призводить до пульсуючого припинення «течії» розташованих над склепінним шарів сипкого матеріалу [2, 3]. При цьому, з огляду на характер і величину «внутрішнього тертя» сипкої кили період пульсації її «течії» неперервно збільшується. Динамічні склепіння в результаті призводять до утворення статичного арочного склепіння [1–3], що унеможливує стабільність технологічного процесу дозування або навантажування-розвантажувачів кили (рис. 1).

Отже, процес утворення арочного склепіння в кили сипкого матеріалу зумовлений зміщенням в'язко-пластичних реологічних ознак масиву сипкої кили в бік реологічних ознак пружності «твердого тіла», яке безпосередньо і утворює просторову «арку склепіння» [3, 4]. Як наслідок, стабілізація робочих процесів дозування та розвантажувачів-завантаження сипких матеріалів має передбачати насамперед запобігання утворення статичних склепінь не лише шляхом надання кили сипкого матеріалу, що міститься в силосі бункера, оптимізованих реологічних властивостей, але і створенням оптимальних геометричних параметрів хопера [4]. Створення умов для запобігання утворенню статичних арочних склепінь у бункерах-хоперах дозволить відмовитися від технічно складних і часто малоефективних механізмів руйнування цих склепінь [1, 2]. Проте оптимізація геометрії профілів хоперів та їх універсалізація неможлива без створення достовірних методів симуляційного моделювання утворення статичних арочних склепінь в рухомих масивах сипких матеріалів та дослідження динаміки їх утворення в полі сили тяжіння [4, 5].

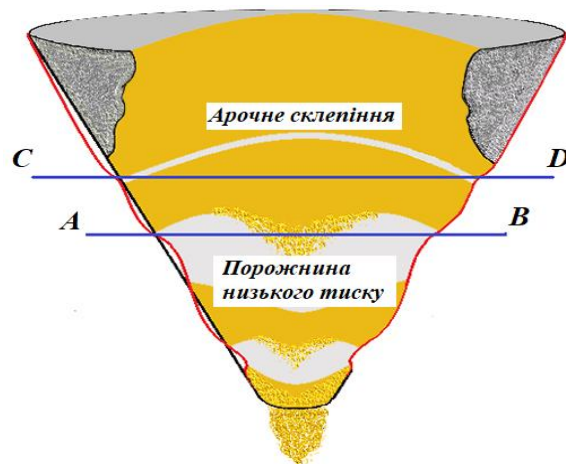
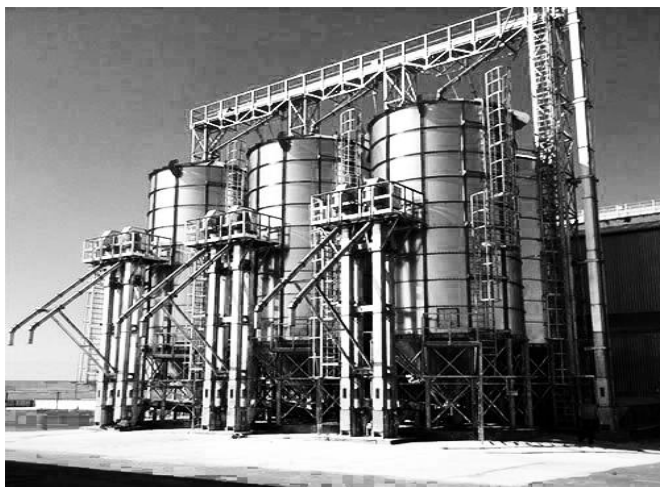


Рис. 1. Утворення арочних склепінь у хоперах дозаторів та розвантажувачах-завантажувачах кипи сипкого матеріалу:

AB – рівень утворення динамічних склепінь сипкого середовища,
CD – рівень статичного арочного склепіння

Аналіз останніх досліджень та публікацій, на які спираються автори. Більшість сучасних живильників-дозаторів сипких матеріалів, що використовуються як для забезпечення високопродуктивних потреб великих промислових підприємств, так і для потреб малих та середніх виробництв (рис. 2), а також при завантаженні-розвантаженні транспортних засобів (рис. 3), мають достатньо просту конструкцію профілю «завантажувальної воронки». Контури профілю такої «завантажувальної воронки» [3] окреслено переважно випадків прямими лініями – ребрами піраміди або твірними конусу, а в деяких інших випадках кривими, що утворюють поверхні другого порядку (рис. 4).



а



б

Рис. 2. Живильники дозатори:

а – промисловий силос-бункер з дозатором високої продуктивності;
б – дозатор сипких матеріалів з малою продуктивністю

Переважаючою більшістю досліджень реологічних ознак динаміки сипких (дискретних) середовищ доведено, що найадекватнішою моделлю для аналізу пружно-в'язко-пластичних ознак кипи сипкого матеріалу є реологічне тіло Бінгама B (рис. 5), описане структурною формулою [4, 5]:

$$B = H - N \parallel StV, \quad (1)$$

де H – позначення реологічного тіла Гука;

N – позначення реологічного тіла Ньютона;

StV – позначення реологічного тіла Сенвенана.



Рис. 3. Розвантажувачі-завантажувачі, що використовують при транспортуванні сипких матеріалів:

*а – хопер – саморозвантажуваний вагон бункерного типу;
б – мобільний завантажувач-живильник «козлового типу»*

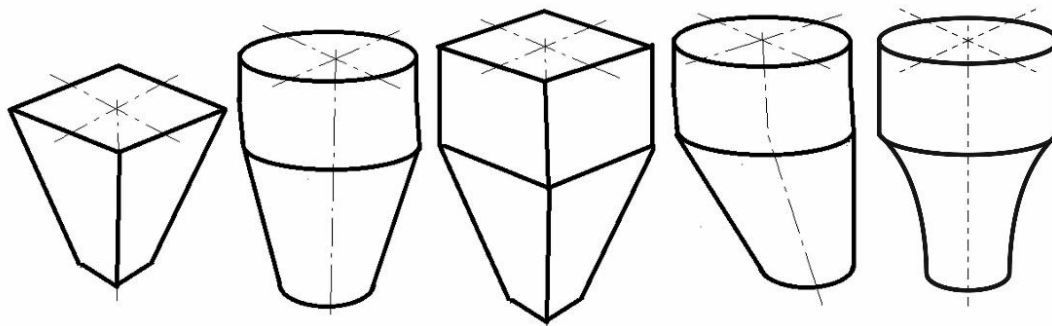


Рис. 4. Типові контури профілів дозаторів сипких матеріалів

У процесі руху реологічного тіла Бінгама в деякому «рукаві», обмеженому абсолютно жорсткими стінками завжди утворюється пружне ядро з діаметром $2r$, як це наведено на рисунку 5, в. Саме наявність пружного ядра з ознаками абсолютно твердого тіла, що характеризується всебічним рівномірним стисканням, і призводить до стохастичного виникнення статичних арок склепін [5], визначальною ознакою яких є наявність лише стискаючих внутрішніх сил, що діють на виокремлену макрочастинку кипи з боку сусідніх макрочастинок (рис. 6).

Отже, запобігання утворенню статичних арок склепін у рухомих кипах сипких матеріалів, які порушують стабільність робочих процесів завантаження-розвантаження або дозованої подачі таких матеріалів, вимагає ретельного дослідження динаміки руху сипких середовищ, реологічні ознаки яких визначені пружно-в'язко-пластичним тілом Бінгама. З огляду на стохастичність процесів утворення статичних арок склепін такі дослідження можуть бути реалізовані винятково на підставі феноменологічних методів, що передбачає обґрунтування та створення деякого фізичного симулятора (симуляторів), з подальшим обов'язковим визначенням «адекватності» (ідентичності) ознак фізичного симулятора ознакам модельованому процесу [4,5,6].

Найвідомішою моделлю статичного арок склепіння, утвореного лише «сухими» контактними в'язями поміж окремими структурними елементами без жодних «цементацийних» контактів, є так званий міст або арка Да Вінчі (рис. 7). Однак використання цієї конструкції як аналога створюваної моделі статичного арок склепіння в рухомому масиві сипкого середовища є неприйнятним з точки зору його феноменологічних ознак, які суперечать гранулометричним ознакам переважної більшості модельованих сипких матеріалів. Дійсно, структурними елементами моста (арки) Да Вінчі є структурні елементи видовженої форми на відміну від структурних елементів більшості сипких матеріалів, що мають зіставні значення розмірів вздовж всіх трьох координатних напрямках [7, 8].

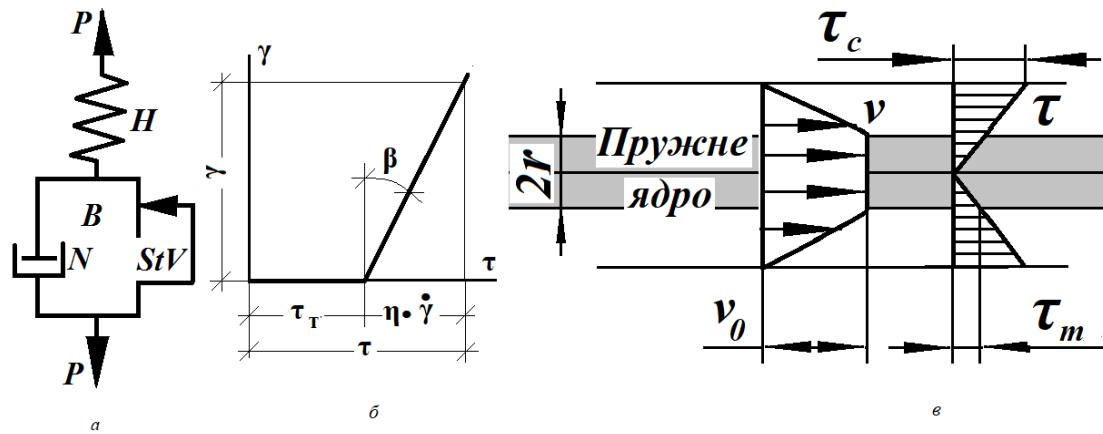


Рис. 5. Пружно-в'язко пластичне реологічне тіло Бінгама:
 а – структурна модель; б – діаграма залежності напруження – швидкість «течії»;
 в – пружне ядро з ознаками твердого тіла;
 τ – напруження, τ_{Γ} – граничні напруження текучості, v – умовна в'язкість,
 γ – відносне зміщення структурних елементів

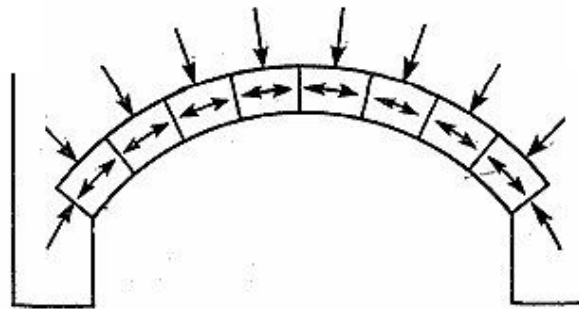


Рис. 6. Внутрішні сили в стохастично утвореному арочному склепінні рухомої кили сипкого матеріалу

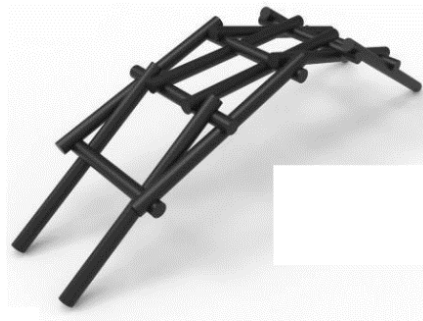


Рис. 7. Міст (арка) Да Вінчі

Іншим модельним аналогом статично стабільного арочного склепіння, що найчастіше використовується в архітектурному проектуванні будівельних споруд та під час виконання проектних розрахунків конструкцій підвісних та вантових мостів, є обернена катенарія (рис. 8). Рівнянням катенарії в прямокутних координатах є [9]:

$$y = a \cosh \frac{x}{a} = \frac{a}{2} \left(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right). \quad (2)$$

Тоді рівнянням контуру арочного склепіння буде:

$$y = -a \cosh \frac{x}{a} = -\frac{a}{2} \left(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right), \quad (3)$$

де a – деякий числовий параметр довільного значення.

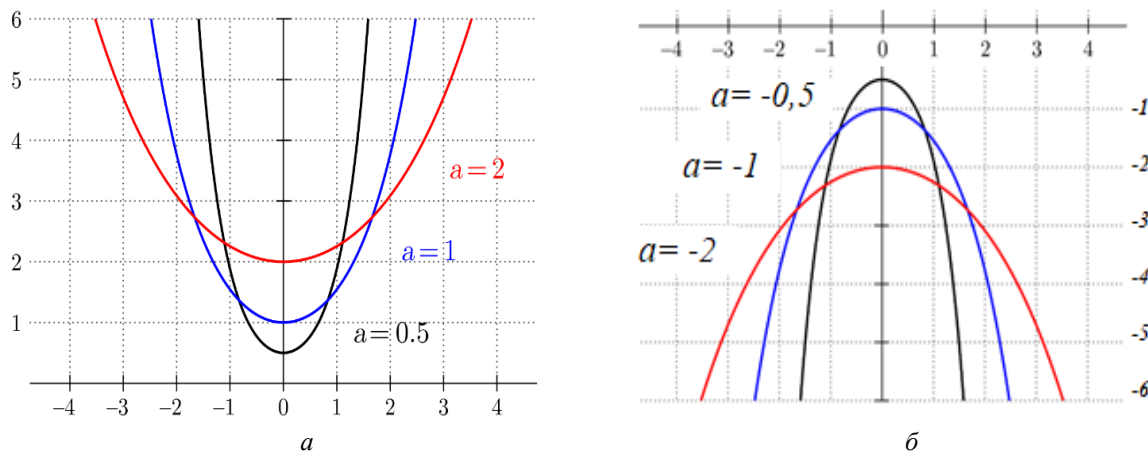


Рис. 8. Катенарія (а) та контур арочного склепіння (б)
в прямокутних координатах за різних значень параметра a

Визначальною ознакою фізично матеріалізованої катенарії («ланцюгової лінії») є те, що кожний її довільний переріз зазнає винятково «чистого» розтягування силами нормальними до площини цього перерізу. Отже, в перерізах контуру арочного склепіння, який окреслений дзеркально відображеною катенарією, діють лише сили «чистого» стискання нормальні до площин цих перерізів [9, 11].

Подальший аналіз динаміки стохастичного формування статичних арочних склепінь у рухомих масивах сипких (дискретних) середовищ в «рукавах»-хоперах, що обмежені абсолютно жорсткими стінками, передбачає створення адекватної моделі-симулятора утвореного арочного склепіння за умови попереднього аналітичного обґрунтування адекватності такого фізично матеріалізованого симулятора [10].

Метою статті є аналітичне обґрунтування конформності катенарії та контуру арочного склепіння, яке утворене в рухомому масиві сипкого матеріалу, а також розроблення методу фізичного симулювання феноменологічних ознак статичних арочних склепінь, утворюваних рухомих масивом сипких матеріалів.

Викладення основного матеріалу.

Аналіз конформного відображення: катенарія – арочне склепіння. Відповідно до рівняння (2) розглянемо криву [11]:

$$z = a \cosh x + \frac{\pi}{2}, \quad (4)$$

яка є катенарією, що зміщена на відстань $\pi/2$ вздовж деякої уявної осі. Її параметричне рівняння представимо у вигляді:

$$w(t) = t + ia \operatorname{cosht} + i \frac{\pi}{2}, \quad (5)$$

де i – уявна одиниця;

$t \in R$, при цьому $R > 0$.

Введемо нову змінну:

$$z = t + ia \frac{\pi}{2}, \quad (6)$$

тоді

$$w = z + a \cosh z. \quad (7)$$

Функція (7) є аналітичною на всій уявній (комплексній) площині. Ця функція відображує горизонтальну пряму $z = t + i \frac{\pi}{2}$ в ланцюгову лінію (4), а дійсну вісь $z = t$ в дійсну вісь $w = u$ комплексної площини w . Оскільки ця функція є дійсною при дійсних значеннях z , то відповідно до принципу симетрії вона відображає симетричну (відносно дійсної осі) пряму $z = t - i \frac{\pi}{2}$ в іншу ланцюгову лінію (катенарію):

$$z = -a \cosh x - \frac{\pi}{2}, \quad (8)$$

яка буде симетричною до кривої (4) відносно дійсної осі. Функція (7) є однопелюстковою в деякій смузі $-\pi/2 < \operatorname{Im} z < \pi/2$ і відображає конформно цю смугу на нескінченну область, яка розташована поміж двома ланцюговими лініями. Це відображення представлено на рисунку 9 при $a = 1$ [10, 11].

Таким чином, викладений вище аналіз конформного відображення катенарії свідчить, що фізично матеріалізоване конформне відображення ланцюгової лінії може бути обране як основа моделі-симулятора для дослідження феноменологічних ознак стійкості статичних арочних склепінь, які стохастично утворюються в рухомих масивах сипких середовищ (сипких матеріалах).

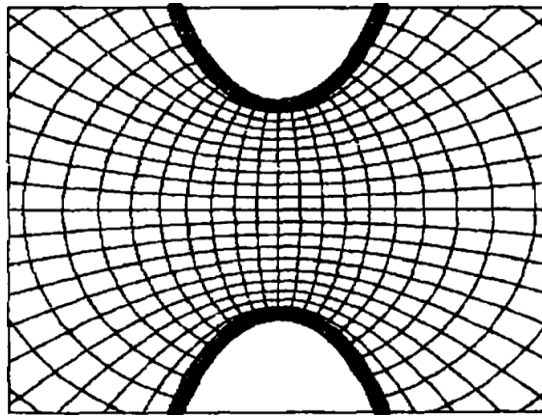


Рис. 9. Відображення деякої області, що обмежена двома ланцюговими лініями: катенарія – апроксимативне склепіння

Силовий аналіз (аналіз статичної рівноваги) довільного перерізу твірної арочного склепіння в рухомому масиві синього матеріалу. Розглянемо симулятор арочного склепіння у вигляді конформно відображеної катенарії, що спирається на два імпости, які є прилеглими до внутрішніх стінок рукава хопера і визначені на схемі як два нерухомих шарніри (рис. 10).

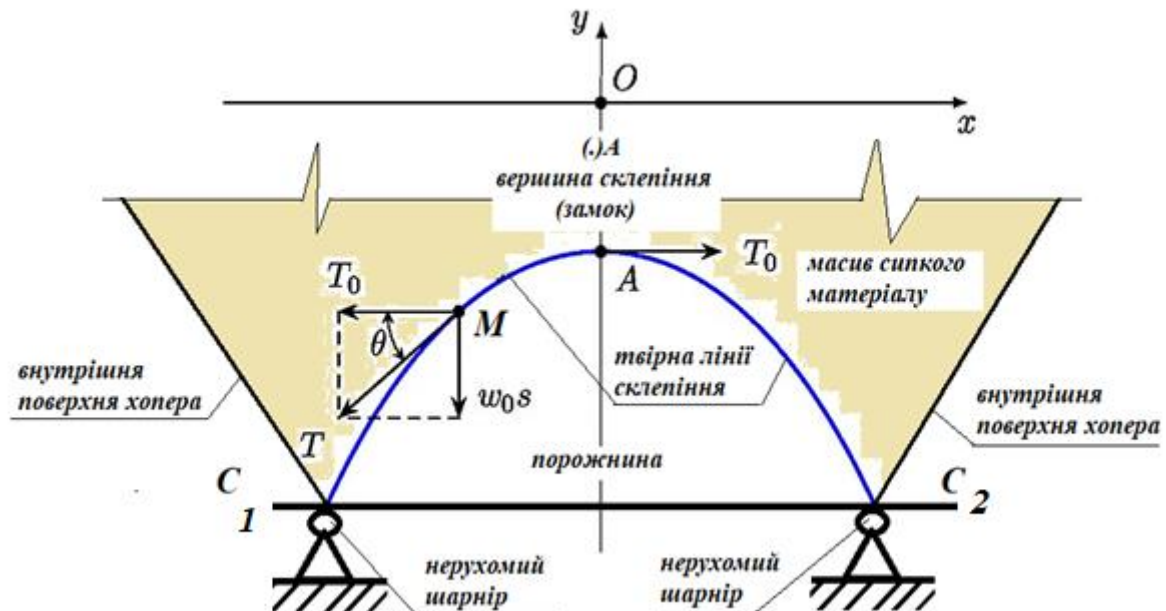


Рис. 10. Статична рівновага твірної аروحного склепіння синього матеріалу

Вважатимемо:

$A(0; y_0)$ – вершина твірної лінії склепіння (замок);

$M(x; y)$ – точка довільного перерізу твірної лінії склепіння;

S – довжина дуги AM твірної лінії склепіння;

w_0 – питома лінійна густина сипкого матеріалу вздовж твірної лінії склепіння.

Дуга AM за вихідною умовою перебуває у рівновазі, а отже на неї діють:

напруження τ_0 — в точці A ;

напруження τ – в точці M ;

вага w_0sg – ділянки AM .

Напруження діють вздовж дотичних до твірної лінії склепіння в точках A та M , а отже маємо такі рівняння:

$$\begin{cases} \tau_0 = \tau \cdot \cos \theta \\ w_0 s g = \tau \cdot \sin \theta. \end{cases} \quad (9)$$

Поділивши ці рівняння, отримуємо:

$$\tan \theta = a \cdot s, \quad (10)$$

де

$$a = \frac{w_0}{\tau_0}. \quad (11)$$

При цьому $\tan \theta$ дорівнює похідній в точці $\frac{dy}{dx}$, а отже:

$$a \cdot s = \frac{dy}{dx}. \quad (12)$$

Продиференціюємо це рівняння по x :

$$\frac{d^2y}{dx^2} = a \frac{ds}{dx}. \quad (13)$$

Застосуємо формулу диференціала дуги кривої:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 \quad (14)$$

і отримуємо диференціальне рівняння другого порядку:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = a \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}. \quad (15)$$

Зробимо заміну:

$$p = \frac{dy}{dx} \quad (16)$$

тоді

$$\frac{dp}{dx} = a \sqrt{1 + p^2} \quad (17)$$

Відокремлюємо змінні:

$$\frac{dp}{\sqrt{1+p^2}} = a \cdot dx \quad (18)$$

і виконуємо інтегрування

$$\int \frac{dp}{\sqrt{1+p^2}} = \int a \cdot dx \quad (19)$$

в лівій частині (19) отримуємо:

$$\int \frac{dp}{\sqrt{1+p^2}} = \ln(\sqrt{1+p^2} + p) + c_1 \quad (20)$$

в правій частині (19) отримуємо:

$$\int a \cdot dx = ax + c_2 \quad (21)$$

і в підсумку отримуємо:

$$\ln(\sqrt{1+p^2} + p) = ax + c_3. \quad (22)$$

При $x = 0$ маємо:

$$\tan \theta = \frac{dy}{dx} = p = 0; \quad c_3 = 0 \quad (23)$$

і таким чином отримуємо:

$$\ln(\sqrt{1+p^2} + p) = ax. \quad (24)$$

Звідси

$$e^{ax} = \sqrt{1+p^2} + p \quad (25)$$

і в решті отримуємо:

$$e^{-ax} = \frac{1}{\sqrt{1+p^2}+p} = \frac{1}{\sqrt{1+p^2}+p} \times \frac{\sqrt{1+p^2}-p}{\sqrt{1+p^2}-p} = \frac{\sqrt{1+p^2}-p}{1+p^2-p^2} = \sqrt{1+p^2} - p \quad (26)$$

Отже:

$$p = \frac{dy}{dx} = \frac{e^{ax} - e^{-ax}}{2} \quad (27)$$

а також

$$y = \frac{e^{ax} + e^{-ax}}{2a} + c_4. \quad (28)$$

Обираємо $c_4 = 0$, а також замінюємо a на $\frac{1}{a}$. І остаточно отримуємо:

$$y = a \cdot \frac{e^{x/a} + e^{-x/a}}{2} = a \cdot \cosh \frac{x}{a}. \quad (29)$$

А отже, (29) і є рівнянням конформно відображеної катенарії, що і потрібно було довести.

Фізична матеріалізація моделі-симулятора контуру перерізу статичного арочного склепіння рухомого масиву сипкого матеріалу. Для реалізації фізично матеріалізованого симулятора контуру перерізу статичного арочного склепіння в рухомому масиві сипкого матеріалу був використаний ланцюг коротколанковий вантажний DIN5685A 5/10 вільно підвішений у двох точках, як показано на рисунку 8, а з вихідним параметром $a = 1$ (рис. 11, а).

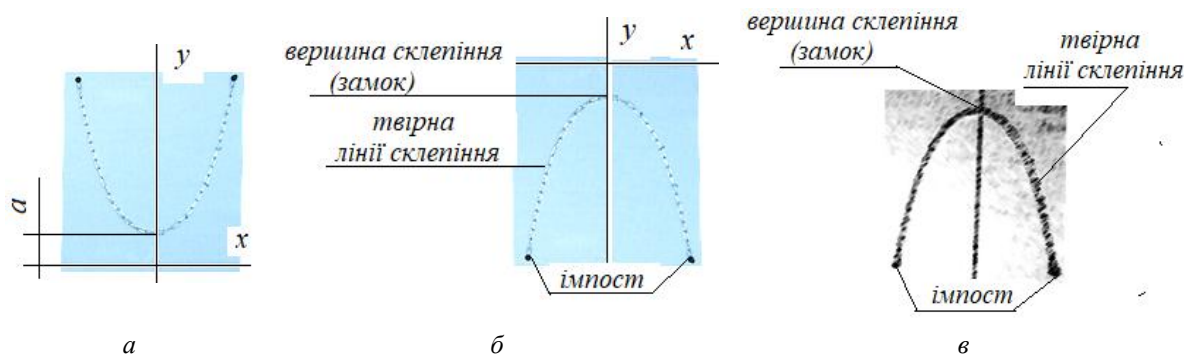


Рис. 11. Модель-симулятор твірної лінії арочного склепіння в рухомому масиві сипкого матеріалу:

а – катенарія як прототип твірної арочного склепіння;

б – модель симулятор твірної арочного склепіння в рухомому масиві сипкого матеріалу;

в – комп'ютерна візуалізація твірної арочного склепіння в рухомому масиві сипкого матеріалу

На рисунку 11 наведено поетапну реалізацію симуляції твірної лінії арочного склепіння утворюваного в масиві сипкого матеріалу, що рухається в полі гравітації в рукаві хопера-дозатора або завантажувача-розвантажувача. На рисунку 11, *а* наведено фізично матеріалізовану за допомогою коротколанкового ланцюга катенарію (ланцюгову лінію), яка на підставі конформного відображення симулює твірну арочного склепіння, що спирається на два імпости, які контактують з внутрішньою поверхнею рукава хопера (рис. 11, *б*). Врешті-решт для подальших досліджень динаміки утворення статичних арочних склепінь у рухомих масивах сипких матеріалів, які рухаються в рукавах хоперів, отримана симуляція твірних арочного склепіння може бути візуалізована за допомогою числової векторної або растрової графіки (рис. 11, *в*).

Обговорення результатів та перспективи подальших досліджень. Перевірку адекватності запропонованої моделі-симулятора здійснювали за показником ідентичності основної механічної ознаки статичних арочних склепінь у рухомих масивах сипких матеріалів аналогічній ознаці симулятора твірної лінії арочного склепіння, наведеного на рисунку 11, *б*. Такою ознакою є наявність у поперечних перерізах стохастично утвореного арочного склепіння винятково стискаючих сил за повної відсутності дії будь-яких поперечних сил або моментів (рис. 6).

Для реалізації зазначеної перевірки адекватності моделі-симулятора стохастично утвореного статичного арочного склепіння в рухомому масиві сипкого матеріалу здійснювалося зіставлення геометричних контурів досліджуваної твірної лінії арочного склепіння при зміні розташування одного з імпостів-шарнірів арки (рис. 10). При цьому один з нерухомих шарнірів твірної арочного склепіння (рис. 10) залишається у вихідному положенні, а інший послідовно переміщується в площині твірної так, що траєкторія його переміщення збігається з лінією твірної арочного склепіння, а довжина твірної відповідно коригується. Наведені вище умови можуть бути представлені в аналітичному вигляді як (рис. 10):

– координати лівого шарніра (імпоста) $C_1(x_1, y_1)$;

– координати правого шарніра (імпоста) $C_2(x_2, y_2 = -a \cosh \frac{x}{a})$;

– довжина розглядуваної частини твірної $l = l_0 - \frac{l_0}{n} \cdot t$, де l_0 – початкова довжина твірної; n – умовна кількість ланок на початковий довжині твірної; t – крок переміщення переміщуваного шарніра (імпоста).

Результати зіставлення комп'ютерної візуалізації динаміки твірної статичного арочного склепіння при послідовному переміщенні з кроком $t = 5$ переміщуваного шарніра (імпоста) наведено на рисунку 12.

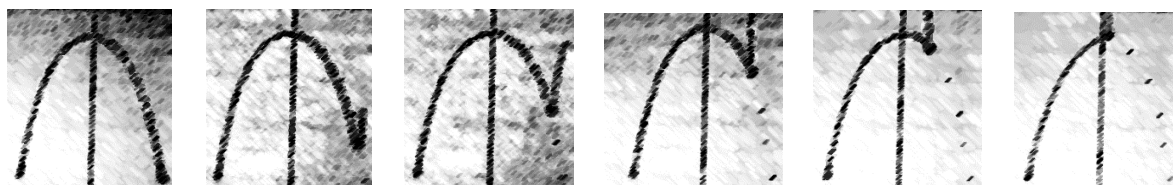


Рис. 12. Комп'ютерна візуалізація симуляції твірної стохастично утвореного статичного арочного склепіння в рухомому масиві сипкого матеріалу

Як свідчить геометричне зіставлення, наведеної на рисунку 12 візуалізації симуляційної лінії твірної статичного арочного склепіння, послідовна зміна координати одного з імпостів арки жодним чином не

порушує конгруентності ділянок цієї твірної. Саме конгруентність цих ділянок твірної лінії і є побічним свідченням того, що запропонована модель-симулятор є феноменологічно адекватною для модельних досліджень механічних ознак динаміки формування статичних арок склепін сипких матеріалів у процесі їх руху в «рукавах»-хоперах, які обмежені абсолютно жорсткими стінками.

Подальші дослідження запропонованої моделі-симулятора мають бути спрямованими на визначення закономірностей динаміки масивів сипких середовищ з різними механічними, реологічними та феноменологічними ознаками під час їх руху не лише в «рукавах»-хоперах, які обмежені абсолютно жорсткими стінками, але і при русі у відкритих жолобах, при формуванні кипи у ківшах, буртах, кавальєрах тощо.

Варто також зауважити, що за умови навантаження катенарії рівномірно розподіленим навантаженням, ланцюгова лінія набуває ознак параболи. Наприклад, ланцюг підвісного мосту має форму параболи, а не ланцюгової лінії. Це пов'язано з тим, що маса прольоту моста набагато більша за масу ланцюга. Окрім того, вплив різноманітних стохастичних та усталених зовнішніх факторів, які діють на контури окреслені катенарією, призводять до зміни форми ланцюгової лінії. Аналітично виявити закономірності цих змін надзвичайно складно. В перспективі за допомогою пропонованої моделі-симулятора доцільно було б дослідити механізм перетворення контурів, які окреслено катенарією, в контури окреслювані параболою у випадку прикладення до такого контуру рівномірно розподіленого поперечного навантаження.

Висновки:

1. Встановлено, що нерівномірний розподіл динамічного тиску в окремих зонах масиву сипкого середовища, який рухається в «рукавах»-хоперах, що обмежені абсолютно жорсткими стінками, зумовлює стохастичне утворення статичного арок склепіння, яке порушує стабільність технологічного процесу дозування або перевалювання при навантажуванні-розвантажуванні сипких матеріалів, таких як більшість будівельних матеріалів (пісок, щебінь, цемент, гіпс тощо), гранульовані мінеральні добрива, кипи зерна та коренеплодів, шліхи гірничодобувної промисловості тощо;

2. Доведено, що найадекватнішою моделлю для аналізу пружно-в'язко-пластичних ознак кипи сипкого матеріалу є реологічне тіло Бінгама і, з огляду на стохастичність процесів утворення статичних арок склепін у рухомих масивах сипких середовищ, дослідження процесів утворення цих склепін можуть бути реалізовані винятково за допомогою феноменологічних методів, які передбачають створення певної фізичної моделі-симулятора;

3. Запропоновано модель-симулятор твірної лінії стохастично утвореного статичного арок склепіння в рухомому масиві сипкого матеріалу як конформно відображений аналог ланцюгової лінії з подальшою його комп'ютерною візуалізацією;

4. Перевірена на адекватність за феноменологічними ознаками модель-симулятор може бути використана як для подальших досліджень закономірностей динаміки масивів сипких середовищ з різними механічними, реологічними та феноменологічними властивостями, так і для дослідження механізмів перетворення віртуальних контурів, які окреслено ланцюговою лінією, у випадку прикладення до такого контуру рівномірно розподіленого поперечного навантаження (наприклад, при будівництві мостових конструкцій);

5. Запропонована симуляційна модель статичного арок склепіння в рухомому масиві сипкого матеріалу може стати основою інформаційного забезпечення систем автоматизованого проектування оптимальних конструкцій хоперів та механізмів дозаторів сипкого середовища.

Список використаної літератури:

1. Технологічне обладнання зернопереробних та олійних виробництв : навчальний посібник / О.В. Дацишин, А.І. Ткачук, О.В. Гвоздєв та ін. ; за ред. О.В. Дацишина. – Вінниця : Нова Книга, 2008. – 488 с.
2. Мала гірнича енциклопедія : у 3 т. / за ред. В.С. Білецького. – Донецьк : Східний видавничий дім, 2013. – Т. 3 : С–Я. – 644 с.
3. Склепіння : термінологічний словник-довідник з будівництва та архітектури / Р.А. Шмиг, В.М. Боярчук, І.М. Добрянський, В.М. Барабаш ; за заг. ред. Р.А. Шмига. – Львів, 2010. – 178 с.
4. Шелудченко Б.А. Динаміка формозміни в умовах складного напружено-деформованого стану : монографія / Б.А. Шелудченко, Р.І. Сивак, О.Б. Плужніков. – Lambert Academic Publishing, 2024. – 138 с.
5. Дмитрів В.Т. Огляд теорій і моделей руху сипких матеріалів у бункерах за атмосферного тиску / В.Т. Дмитрів, Р.В. Городняк // Вісник Львівського національного аграрного університету : Агроінженерні дослідження. – 2008. – № 12 (2). – С. 303–310.
6. Моделювання і прогнозування динаміки природно-техногенних геоекосистем / Л.С. Шелудченко, Б.А. Шелудченко, О.М. Бахмат та ін. – Кам'нець-Подільський : Каліграф, 2017. – 216 с.
7. Стефанович Д.Л. Незбагнений Леонардо / Д.Л. Стефанович. – Київ : КПП ім. Ігоря Сікорського, 2019. – 80 с.
8. Arasse D. Leonardo da Vinci / D.Arassse. – Konecky & Konecky, 1997. – 560 p.
9. Рівновага «ланцюгової лінії» петлі гнучкої нитки, яка рухається у сипчому в'язко-пластичному середовищі / Я.Д. Ярош, Б.А. Шелудченко, А.М. Кондратюк та ін. // «Наукові горизонти», «Scientific horizons», Науковий журнал. – 2020. – № 04 (89). – С. 65–71. DOI: 10.33249/2663-2144-2020-89-4-65-7.

10. *Працьовитий М.В.* Лінії на евклідовій площині / *М.В. Працьовитий, Я.В. Гончаренко.* – Київ : НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2005. – 44 с.
11. *V.G. Bazhenov* Mathematical modeling and methods of indentifying strain and strength characteristics of materials / *V.G. Bazhenov* // *Physical Mesomechanics.* – 2007. – Vol. 10, Issues 5–6. – P. 302–314. DOI: 10.1016/j.physme.2007.11.009.
12. *Ляшко І.І.* Математичний аналіз : Частина 2 / *І.І. Ляшко, В.Ф. Ємельянов, О.К. Боярчук.* – Київ : Вища школа, 1993. – 375 с.

References:

1. Datsyshyn, O.V., Tkachuk, A.I., Hvozdiev, O.V. et al. (2008), *Tekhnologichne obladnannia zernopererobnykh ta oliynykh vyrobnytstv, navchalnyi posibnyk*, in Datsyshyna, O.V. (ed.), Nova Knyha, Vinnytsia, 488 p.
2. Biletskoho, V.S. (ed.) (2013), *Mala hirnycha entsyklopediia*, u 3 t., Skhidnyi vydavnychiy dim, Donetsk, Vol. 3, S–Ya, 644 p.
3. Shmyh, R.A., Boiarchuk, V.M., Dobrianskyi, I.M. and Barabash, V.M. (2010), *Sklepinnia, terminologichni slovnyk-dovidnyk z budivnytstva ta arkhitektury*, in Shmyha, R.A. (ed), Lviv, 178 p.
4. Sheludchenko, B.A., Syvak, R.I. and Pluzhnikov, O.B. (2024), *Dynamika formozminy v umovakh skladnoho napruzhenno-deformovanoho stanu*, monohrafiia, Lambert Academic Publishing, 138 p.
5. Dmytriv, V.T. and Horodniak, R.V. (2008), «Ohliad teorii i modelei rukhu sypkykh materialiv u bunkerakh za atmosferneho tysku», *Visnyk Lvivskoho natsionalnoho ahrarnoho universytetu, Ahroinzhenerni doslidzhennia*, No. 12 (2), pp. 303 – 310.
6. Sheludchenko, L.S., Sheludchenko, B.A., Bakhmat, O.M. et al. (2017), *Modeliuvannia i prohnouzuvannia dynamiky pryrodno-tekhnohennyykh heoekosystem*, Kalihraf, Kamnets-Podilskyi, 216 p.
7. Stefanovych, D.L. (2019), *Nezbahnenyi Leonardo*, KPI im. Ihoria Sikorskoho, Kyiv, 80 p.
8. Arasse, D. (1997), *Leonardo da Vinci*, Konecky & Konecky, 560 p.
9. Yarosh, Ya.D., Sheludchenko, B.A., Kondratiuk, A.M. et al. (2020), «Rivnovaha “lantsiuhovoi linii” petli hnuchkoi nytky, yaka rukhaetsia u sypuchomu viazko-plastychnomu seredovyshchi», *Naukovi horyzonty, Scientific horizons, Naukovyi zhurnal*, No. 04 (89), pp. 65–71, doi: 10.33249/2663-2144-2020-89-4-65-7.
10. Pratsovtyi, M.V. and Honcharenko, Ya.V. (2005), *Linii na evklidovii ploshchyni*, NPU im. M.P. Drahomanova, Kyiv, 44 p.
11. Bazhenov, V.G. (2007), «Mathematical modeling and methods of indentifying strain and strength characteristics of materials», *Physical Mesomechanics*, Vol. 10, Issues 5–6, pp. 302–314, doi: 10.1016/j.physme.2007.11.009.
12. Liashko, I.I., Yemelianov, V.F. and Boiarchuk, O.K. (1993), *Matematychnyi analiz*, Part 2, Vyshcha shkola, Kyiv, 375 p.

Шелудченко Богдан Анатолійович – кандидат технічних наук, професор кафедри механічної інженерії та технології машинобудування Поліського національного університету.
<http://orcid.org/0000-0002-8137-0905>.

Наукові інтереси:

- фрактальна геометрія об'єктів ПТГС;
- механіка суцільного і дискретного середовищ;
- теорія систем і системний аналіз.

E-mail: sheludchenkobogdan@ukr.net.

Медведський Олександр Васильович – кандидат технічних наук, доцент кафедри механічної інженерії та технології машинобудування Поліського національного університету.

<http://orcid.org/0000-0001-7458-5337>.

Наукові інтереси:

– оптимізація конструкційних параметрів та режимів роботи енергоефективного обладнання агропромислового виробництва.

E-mail: aleksmedvedsky@gmail.com.

Плужніков Олег Борисович – старший викладач кафедри механічної інженерії та технології машинобудування Поліського національного університету.

<https://orcid.org/0000-0002-9060-7775>.

Наукові інтереси:

- технічна механіка;
- нарисна геометрія, інженерна графіка.

E-mail: torrent_17@ukr.net.

Білецький Віктор Романович – кандидат технічних наук, доцент кафедри агроінженерії та технічного сервісу Поліського національного університету.

<https://orcid.org/0000-0002-9431-6350>.

Наукові інтереси:

- технічна біоенергетика;
- взаємодія ходових систем з ґрунтом.

E-mail: biletskiyvictor@ukr.net.

Боровський Віктор Миколайович – старший викладач кафедри агроінженерії та технічного сервісу Поліського національного університету.

<https://orcid.org/0000-0002-1759-8155>.

Наукові інтереси:

- металообробка;
- термічна обробка.

E-mail: borovskiyvm@gmail.com.

Яновський Валерій Анатолійович – доцент кафедри механічної інженерії Державного університету «Житомирська політехніка».

<https://orcid.org/0000-0002-1702-4282>.

Наукові інтереси:

- прикладна механіка;
- процеси механічної обробки.

E-mail: tmkts_yava@ztu.edu.ua.

Sheludchenko B.A., Medvedsky O.V., Pluzhnikov O.B., Biletsky V.R., Borovsky V.M., Yanovsky V.A.

Justification of the simulation model of a static arched vault in a moving mass of bulk material

According to the results of the analysis of the practical operation of a wide range of hoppers of loader-unloaders and bulk material dispensers, it was established that the uneven distribution of dynamic pressure in separate zones of the mass of the bulk medium, which moves in the «sleeves» of the hoppers, which are limited by completely rigid walls, leads to the stochastic formation of a static arched vault, which disrupts the stability of the technological process of dosing or loading-unloading a heap of loose material. It has been established that the most appropriate rheological model for performing analytical studies of elastic-viscoplastic properties of loose media is the Bingham rheological body model and, given the stochastic nature of the processes of formation of static arched vaults in moving massifs of loose media, studies of the processes of formation of these vaults can be implemented exclusively with the help of phenomenological methods, which involve the creation of a certain physical model-simulator. The possibility of physical implementation of a model-simulator of the generating line of a stochastically formed static arched vault in a moving mass of loose material as a conformally displayed analog of a chain line with its subsequent computer visualization is substantiated. The performed adequacy check based on the phenomenological features of the proposed simulator model proves that such a model can be used to study the regularities of the dynamics of masses of bulk media with different mechanical, rheological and phenomenological properties.

Keywords: bulk medium; hopper; rheology; simulator model; conformal mapping; chain line; arch vault.

Стаття надійшла до редакції 16.04.2025.